

Sobre a Otimização de Simulação: Algoritmos Genéticos versus RSM

Hélcio Vieira Junior

COMGAR - Centro de Guerra Eletrônica
SHIS QI 05 área especial 12 - Lago Sul
71615-600 - Brasília - DF
E-mail: junior_hv@yahoo.com.br

Resumo — A grande maioria dos pacotes comerciais para simulação tem rotinas de otimização baseadas em heurísticas adaptadas da otimização determinística (Simulated Annealing, Genetic Algorithm, Scatter Search, Tabu Search e Neural Networks). O grande problema destas heurísticas é que, apesar de serem inteligentes em realizar o procedimento de busca, elas perdem completamente o senso de como alocar eficientemente o esforço computacional da simulação.

O objetivo deste trabalho é realizar a otimização pelo método RSM (Response Surface Methodology) seqüencial do problema proposto por Junior (2005) e comparar seus resultados com os obtidos inicialmente por aquele autor com a heurística Algoritmo Genético.

O uso da metodologia RSM alcançou a mesma resposta utilizando apenas 38% do esforço computacional em relação ao resultado original de Junior (2005).

Palavras-chaves — Otimização de Simulação; RSM; Algoritmo Genético.

I. INTRODUÇÃO

Fu [1] mostrou que a grande maioria dos pacotes comerciais para simulação tem rotinas de otimização baseadas em heurísticas adaptadas da otimização determinística (*Simulated Annealing*, *Genetic Algorithm*, *Scatter Search*, *Tabu Search* e *Neural Networks*). Segundo Fu, o grande problema destas heurísticas é que, apesar de serem inteligentes em realizar o procedimento de busca, elas perdem completamente o senso de como alocar eficientemente o esforço computacional da simulação. Além disto, ele conclue que “é um pouco frustrante que a técnica RSM (*Response Surface Methodology*) seqüencial usando regressão – muito bem estabelecida na literatura e bem geral e fácil de implementar – não tem sido incorporada em nenhum dos pacotes comerciais”.

Junior [2] utilizou a heurística Algoritmo Genético (AG) para otimizar a probabilidade de sobrevivência de uma aeronave contra um míssil do tipo MANPADS (*MAN Portable Air Defense Systems* – sistemas de defesa aérea transportados por homens). Para tanto, Junior valeu-se da Simulação de Monte Carlo (SMC) para inferir a probabilidade de sobrevivência da aeronave. Claramente este é um caso de Otimização de Simulação descrito por [1].

O objetivo deste trabalho é realizar a otimização pelo método RSM seqüencial do problema proposto por [2] e

comparar seus resultados com os obtidos inicialmente por aquele autor com a heurística AG.

Este artigo está estruturado da seguinte maneira: na seção dois, o problema é definido; a metodologia RSM seqüencial é revista na seção três; a seção quatro compara os resultados obtidos pelas metodologias RSM seqüencial e AG e a seção cinco compreende nossas conclusões.

II. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA A SER OTIMIZADO

Os sistemas de defesa aérea baseados em MANPADS são baseados, na grande maioria dos casos, em sensores de guiamento infravermelho, ou seja, dispositivos capazes de seguir a radiação emitida pelo calor da aeronave.

Para se contrapor a tal classe de mísseis, foi desenvolvido um artefato denominado *Flare*. Este objeto, ao ser lançado pela aeronave alvo, começa a incinerar-se, produzindo, deste modo, uma quantidade de radiação infravermelha maior que a da aeronave alvo. O míssil, que segue a maior fonte de radiação dentro da sua linha de visada, mudará sua trajetória para interceptar o *flare*, deixando, assim, de ser uma ameaça à aeronave alvo.

O sistema de lançamento de *flares* pela aeronave possui como parâmetros de programação: o número de *flares* a serem lançados por salva (nf), o número de salvas (ns), o intervalo de lançamento entre os *flares* (δ_f) e o intervalo entre as salvas (δ_s), sendo os dois primeiros variáveis discretas e os dois últimos variáveis contínuas. Tais parâmetros estão ilustrados na figura 1, onde $nf = 4$, $ns = 3$ e o símbolo \wedge representa o lançamento de um *flare*.

“Os procedimentos de otimização mais usuais – programação linear, não-linear e (mista) inteira – requerem uma formulação matemática explícita. Esta formulação é geralmente impossível para problemas onde a simulação é relevante, os quais são caracteristicamente os tipos de problemas que aparecem em aplicações práticas” [1].

Como a função objetivo do problema proposto por [2] não é conhecida (sua formulação matemática e suas propriedades), o uso de algoritmos de otimização convencionais não é possível. Aquele autor optou pelo uso de AG para solucionar este óbice.

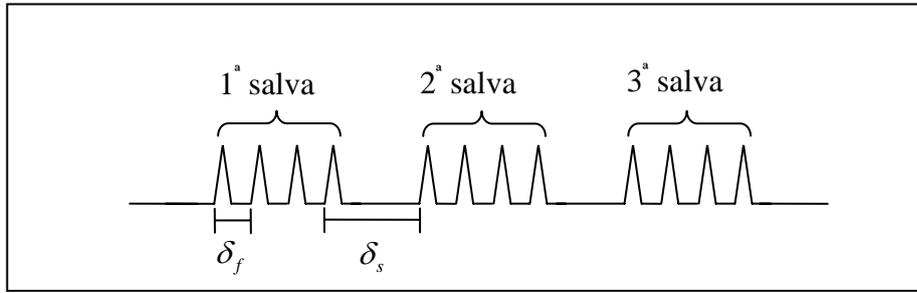


Fig. 1 – Parâmetros de programação do lançador de flare.

A SMC para cálculo do valor da aptidão de uma programação de flares consiste em gerar, randomicamente, cenários para as variáveis aleatórias relacionadas à entidade míssil: distância, azimute e momento do disparo. Após este passo inicial, é determinado, através da simulação das trajetórias do míssil, da aeronave e do flare, o sucesso ou não no despistamento do míssil pela seqüência de flares lançados. Repetindo-se estes procedimentos n vezes, obtém-se a função de distribuição de probabilidade (FDP) do sucesso de uma determinada programação de flares. O valor da aptidão de uma programação será a média da FDP correspondente, ou seja, o algoritmo de otimização objetiva maximizar a média da FDP gerada pela SMC.

III. RESPONSE SURFACE METHODOLOGY

A metodologia *Response Surface Methodology*, ou RSM, foi introduzida na década de 50 por Box e Wilson [3] e pode ser definida como “uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas que são úteis para o modelamento e a análise de problemas nos quais a resposta de interesse é influenciada por diversas variáveis e o objetivo é otimizar esta resposta” [4].

O gol da RSM é obter uma relação funcional aproximada entre a resposta de interesse (saída) e as variáveis independentes (entradas). Normalmente um polinômio de baixa ordem é utilizado em alguma região das variáveis independentes. Caso a resposta seja bem modelada por uma função linear das variáveis independentes, a função de aproximação será um modelo de primeira ordem:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \varepsilon \quad (1)$$

Após a coleta dos dados e o tratamento estatístico correspondente (regressão linear), temos como resultado o modelo de primeira ordem ajustado:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i x_i \quad (2)$$

A superfície de resposta de primeira ordem ajustada, ou seja, os contornos de \hat{y} , são uma série de linhas paralelas (ilustradas por linhas tracejadas), conforme exemplificado na figura 2.

Medições são realizadas na direção de maior crescimento até que não haja mais aumento na resposta de interesse. Então, um novo modelo de primeira ordem é realizado, uma nova direção de maior crescimento é achada e o procedimento se repete. Eventualmente, o experimento irá chegar à proximidade do ótimo. Isto é indicado pela falta de adequação do modelo de primeira ordem. Se houver uma curvatura no sistema, então um polinômio de ordem maior deverá ser utilizado para a estimativa do ótimo. Um modelo de segunda ordem é exemplificado abaixo:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3)$$

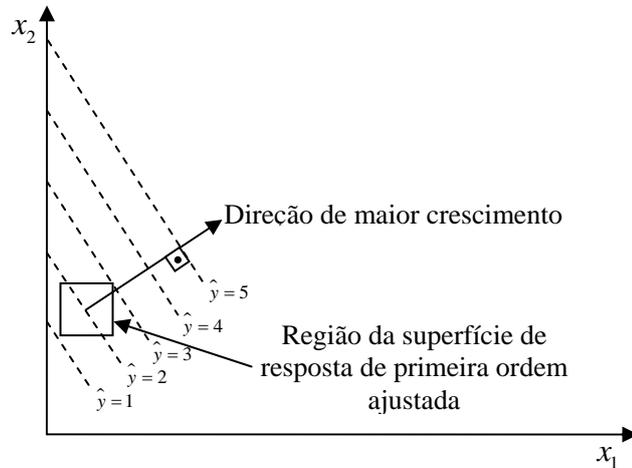


Fig.2 – Superfície de resposta de primeira ordem ajustada

A equação (3) ajustada, na forma matricial, é:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + x^T b + x^T B x \quad (4)$$

onde:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \dots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ \hat{\beta}_{12}/2 & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_{1k}/2 & \hat{\beta}_{2k}/2 & \dots & \hat{\beta}_{kk} \end{pmatrix}$$

A resposta no ponto estacionário de máximo é dada por:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + x_s^T b / 2 \quad (5)$$

onde $x_s = -B^{-1}b/2$.

“... é pouco provável que um modelo polinomial seja uma aproximação razoável da verdadeira relação funcional em todo o espaço das variáveis independentes, mas, para uma pequena região, ele normalmente funciona muito bem” [4].

Este procedimento (RSM) pode ser visualizado na figura 3, onde em um problema de minimização tivemos três modelos de primeira ordem (centrados nos pontos θ_1, θ_2 e θ_3) e um de segunda ordem (centrado no ponto θ_4).

IV. RSM VERSUS AG

Como ponto inicial (θ_1) do modelo RSM aplicado ao problema proposto por [2], utilizamos o ponto médio do

espaço viável das variáveis independentes (nf, ns, δ_f e δ_s). Na realidade, como o número total de flares (nt_f) que a aeronave pode carregar é fixo e limitado, a variável ns é dependente de nt_f/nf . Em consequência, o número de variáveis independentes cai de quatro para três (nf, δ_f e δ_s).

Utilizamos, em cada SMC, 4000 histórias. No trabalho inicial de [2], foram utilizadas 2000 histórias em cada SMC. Optamos por aumentar o número de histórias objetivando diminuir o erro da estimativa da resposta.

Iniciamos com um planejamento de delineamento de experimentos do tipo fatorial, conforme ilustrado na tabela 1.

TABELA 1 – DELINEAMENTO FATORIAL INICIAL

SMC	Variáveis independentes codificadas			Resposta
	nf	δ_f	δ_s	y
1	0	0	0	0,71775
2	0	0	0	0,72675
3	0	0	0	0,73250
4	0	0	0	0,72575
5	0	0	0	0,72500
6	1	1	1	0,68625
7	1	1	-1	0,67675
8	1	-1	1	0,74825
9	1	-1	-1	0,76075
10	-1	1	1	0,68625
11	-1	1	-1	0,67700
12	-1	-1	1	0,73425
13	-1	-1	-1	0,76075

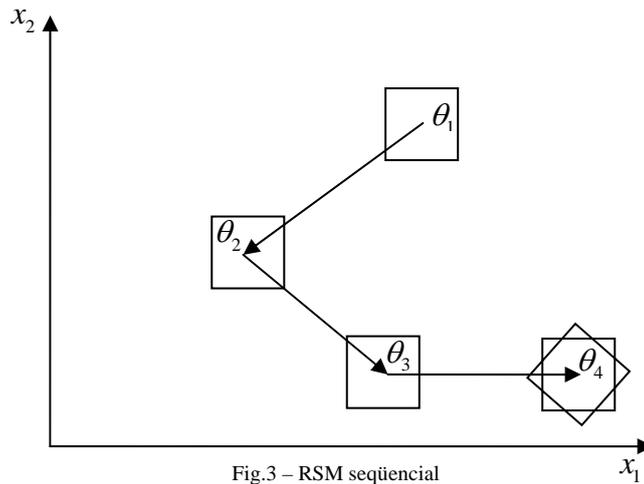


Fig.3 – RSM sequencial

A análise estatística (ilustrada na figura 4) dos dados da tabela 1 nos mostrou que um modelo de primeira ordem se ajustava bem aos dados. Tal modelo é dado por (6).

Analysis of Variance; DV: Y (Delineamento fatorial inicial)					
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	0,009718	3	0,003239	33,64408	0,000032
Residual	0,000867	9	0,000096		
Total	0,010585				

Fig.4 – Análise de variância do delineamento inicial pelo software STATISTICA

$$\hat{y} = 0,71985 + 0,00172nf - 0,03472\delta_f - 0,00253\delta_s \quad (6)$$

Buscando realizar medições na direção de maior crescimento, optamos por um incremento codificado de $-0,500$ na variável δ_f , o que resultou nos dados listados na tabela 2 e na figura 5. Como a variável nf é discreta ($nf \in \mathbb{N}$), utilizamos o valor inteiro fornecido pelo passo. Por exemplo, na simulação 19, o valor codificado de 6Δ seria $0,14854 \text{ flares}$, logo, empregamos, em seu lugar, o valor $0,00000$.

TABELA 2 – RESULTADOS COLHIDOS NA DIREÇÃO DE MAIOR CRESCIMENTO

SMC	Passo	Variáveis independentes codificadas			Resposta y
		nf	δ_f	δ_s	
	Origem	0,00000	0,00000	0,00000	
	Incremento (Δ)	0,00000	-0,50000	-0,03645	
14	Origem + Δ	0,00000	-0,50000	-0,03645	0,73100
15	Origem + 2 Δ	0,00000	-1,00000	-0,07290	0,74825
16	Origem + 3 Δ	0,00000	-1,50000	-0,10935	0,76025
17	Origem + 4 Δ	0,00000	-2,00000	-0,14580	0,77000
18	Origem + 5 Δ	0,00000	-2,50000	-0,18225	0,74600
19	Origem + 6 Δ	0,00000	-3,00000	-0,21870	0,70275

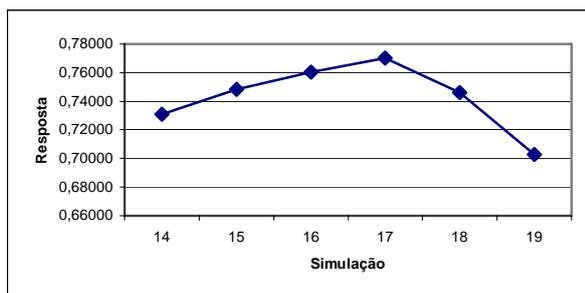


Fig.5 – Resultados colhidos na direção de maior crescimento

Observe que houve um crescimento na resposta até a simulação 17, sendo que após este ponto a resposta começou a decrescer.

Realizamos, então, um novo delineamento de experimentos do tipo fatorial com o ponto central θ_2 sendo o correspondente ao da simulação 17 da tabela 2. Os resultados encontram-se listados na tabela 3.

TABELA 3 – SEGUNDO DELINEAMENTO FATORIAL

SMC	Variáveis independentes codificadas			Resposta y
	nf	δ_f	δ_s	
20	0	0	0	0,77000
21	0	0	0	0,77525
22	0	0	0	0,77375
23	0	0	0	0,77675
24	0	0	0	0,77050
25	1	1	1	0,75125
26	1	1	-1	0,75575
27	1	-1	1	0,69500
28	1	-1	-1	0,69175
29	-1	1	1	0,73400
30	-1	1	-1	0,75625
31	-1	-1	1	0,73150
32	-1	-1	-1	0,70725

A análise estatística, ilustrada na figura 6, mostrou que um modelo de primeira ordem não se ajustava corretamente aos dados da tabela 3. Aumentamos então o planejamento do delineamento, acrescentando aos dados da tabela 3 as simulações listadas na tabela 4. Este novo delineamento é chamado de CCD (*Central Composite Design* – Delineamento Composto Central) e contém pontos de amostragem suficientes para a construção de um modelo de segunda ordem.

Analysis of Variance; DV: Y (Segundo delineamento fatorial)					
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	0,003843	3	0,001281	1,531725	0,272176
Residual	0,007526	9	0,000836		
Total	0,011369				

Fig.6 – Análise de variância do segundo delineamento pelo software STATISTICA

TABELA 4 – SIMULAÇÕES ACRESCENTADAS AO SEGUNDO DELINEAMENTO FATORIAL

SMC	Variáveis independentes codificadas			Resposta y
	nf	δ_f	δ_s	
33	-2	0	0	0,76650
34	2	0	0	0,76475
35	0	-1,682	0	0,72975
36	0	1,682	0	0,64775
37	0	0	-1,682	0,75550
38	0	0	1,682	0,76400

Realizando nova análise estatística (figura 7), percebemos que o modelo de segunda ordem adequava-se bem aos dados da tabela 3 acrescidos dos da tabela 4.

Regr. Coefficients; Var.:Y; R-sq=.6616; Adj. .3232 (CCD) 3 factors, 1 Blocks, 19 Runs; MS Residual=.0008388 DV: Y						
Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(9)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	0,772979	0,012944	59,71842	0,000000	0,743698	0,802260
(1)Nf (L)	-0,002422	0,007241	-0,33449	0,745674	-0,018801	0,013957
Nf (Q)	-0,002822	0,005846	-0,48270	0,640830	-0,016046	0,010403
(2)Df (L)	0,002477	0,007837	0,31603	0,759189	-0,015251	0,020204
Df (Q)	-0,031738	0,007927	-4,00372	0,003093	-0,049670	-0,013806
(3)Ds (L)	0,001102	0,007837	0,14058	0,891298	-0,016626	0,018830
Ds (Q)	-0,006642	0,007927	-0,83786	0,423601	-0,024574	0,011291
1L by 2L	0,008594	0,010240	0,83926	0,423054	-0,014570	0,031757
1L by 3L	-0,000406	0,010240	-0,03967	0,969219	-0,023570	0,022757
2L by 3L	-0,006781	0,010240	-0,66225	0,524403	-0,029945	0,016382

Fig.7 – Análise estatística do delineamento CCD pelo software STATISTICA

A superfície de resposta de segunda ordem do modelo ajustado está plotada na figura 8, onde no eixo das abscissas temos os valores de δ_f codificados, no eixo das ordenadas os valores de δ_s codificados, ambos para o valor de nf codificado de -1 .

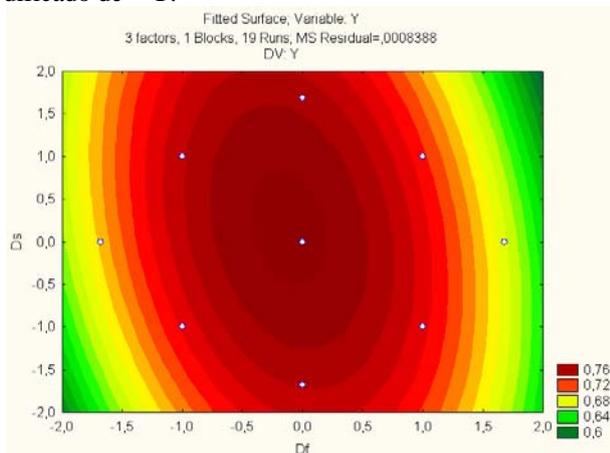


Fig.8 – Superfície de resposta de segunda ordem ajustada

O cálculo do ponto estacionário de máximo nos fornece a seguinte solução codificada (utilizou-se o valor inteiro do parâmetro nf):

$$\theta_{RSM}^* = x_s = (-1,00000 \quad -0,04158 \quad 0,11948)^T.$$

A solução ótima alcançada por [2] após 10 gerações do AG (200 SMC de 2000 histórias cada = 400000 histórias), codificada para o padrão do segundo delineamento fatorial foi:

$$\theta_{AG}^* = (4,00000 \quad 0,10000 \quad -0,15000)^T.$$

Observe que a técnica RSM requereu apenas 38 SMC de 4000 histórias cada (152000 histórias). Comparando o esforço computacional da técnica RSM com o utilizado inicialmente por Junior (2005) com AG, vemos que houve uma economia computacional de 62% ($152000/400000 = 0,38$).

A fim de compararmos a resposta obtida por ambos os métodos, realizamos duas novas simulações, com 30000 histórias cada, para os pontos θ_{RSM}^* e θ_{AG}^* . Tais simulações encontram-se listadas na tabela 5.

TABELA 5 – SIMULAÇÕES PARA A COMPARAÇÃO DE RESPOSTAS

SMC	Ponto	Resposta	
		y	Intervalo de confiança de 95% de y
39	θ_{RSM}^*	0,77320	[0,76842; 0,77793]
40	θ_{AG}^*	0,77590	[0,77118; 0,78062]

A análise, ilustrada na figura 9, mostra que não há diferença estatística entre os dois resultados, ou seja, ambos os métodos atingiram uma resposta de mesmo valor estatístico.

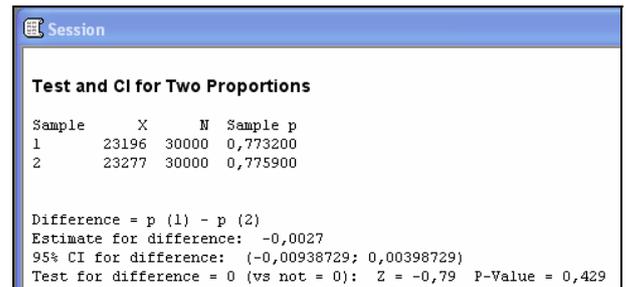


Fig.9 – Análise estatística do software MINITAB para os dados da tabela 5

V. CONCLUSÃO

Este trabalho realizou a otimização pela técnica RSM seqüencial do problema proposto por [2] e comparou seus resultados com os obtidos inicialmente por aquele autor com a metodologia Algoritmo Genético.

Na seção dois, o problema otimizado foi definido para um melhor entendimento do trabalho realizado; a metodologia RSM seqüencial foi revista na seção três e a seção quatro comparou os resultados obtidos pelas metodologias RSM seqüencial e AG.

A seção quatro mostrou que a metodologia RSM alcançou a mesma resposta utilizando apenas 38% do esforço computacional em relação ao resultado original de [2]. Este fato corrobora as assertivas de [1], mostrando ser a técnica RSM muito mais racional no trato de Otimização de Simulações que a heurística Algoritmo Genético.

REFERÊNCIAS

- [1] Fu, M. C.. “Optimization for Simulation: Theory vs. Practice”. *INFORMS Journal on Computing*, v.14, n. 3, pp 192-215, 2002.
- [2] Junior, H. V. *Otimização de Funções Estocásticas por Algoritmos Genéticos: uma Aplicação Militar Aeronáutica*. In: Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Gramado, RS, pp 1397-1407, 2005.
- [3] Box, G. E. P., Wilson, K. B.. “On the Experimental Attainment of Optimum Conditions”. *Journal of the Royal Statistical Society*, B13, pp 1-45, 1951.
- [4] Montgomery, D. C.. *Design and analysis of experiments* 5th Ed. John Wiley & Sons, Publishers, New York, 2001.