

Aplicação de Algoritmos de Cobertura ao Problema de Localização de Esquadrões de Aeronaves de Interceptação na Região Amazônica

Rodrigo Prado dos Santos e Carlos Müller

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Praça Marechal Eduardo Gomes, 50 – 12228 900 – São José dos Campos, SP

Resumo — A área crítica para vigilância do espaço aéreo Brasileiro é a Amazônia, cobrindo uma área de aproximadamente 5,08 milhões de quilômetros quadrados. O problema de localizar um dado número de facilidades de vigilância ou um dado número de esquadrões de interceptação para maximizar a área de cobertura em uma região é conhecido na literatura como Problema de Localização de Máxima Cobertura (MCLP). O objetivo deste artigo é apresentar o MCLP, sugerindo novas restrições para adaptá-lo à realidade do problema estudado. Os resultados obtidos mostraram que, sob determinadas circunstâncias, restrições adicionadas ao MCLP original conferem um maior realismo à formulação utilizada.

Palavras-chaves — Problema de Localização de Máxima Cobertura (MCLP), Programação Linear Inteira Binária, Otimização.

I. INTRODUÇÃO

Devido à sua dimensão continental (5,08 milhões de quilômetros quadrados) e sua pequena taxa de ocupação (densidade demográfica de 3,2 habitantes por quilômetro quadrado – índice muito pequeno comparado com a média mundial, de 43 hab/km²), a Região Amazônica Brasileira é alvo constante das mais diversas atividades ilícitas, como o desmatamento para utilização de área para atividades pecuárias, o contrabando, o tráfico de drogas, a pirataria biológica. Além disso, a região ainda está sujeita à invasão por parte de grupos guerrilheiros de países vizinhos, que, em acudados pelas forças armadas locais, buscam refúgio na floresta [1].

Com a missão de coletar informação científica e também para assegurar a vigilância do tráfego aéreo na região, no início da década de 90 foi idealizado o Sistema SIVAM (acrônimo de **S**istema de **V**igilância da **A**mazônia).

O Sistema SIVAM consiste basicamente de:

- 25 Unidades de Vigilância – responsáveis pela coleta de dados;
- 3 Centros Regionais de Vigilância – responsáveis pelo processamento e repasse de informações aos órgãos regionais; e
- 1 Centro de Coordenação Geral – responsável por repassar as informações coletadas aos principais órgãos federais.

Além disso, para complementar a cobertura radar abaixo de 10.000 pés, são utilizadas cinco aeronaves R-99A (Embraer ERJ-145SA AEW&C – *Early Warning and Control Aircraft*)

Rodrigo Prado dos Santos, pradoleu@ita.br, (12) 3947 6898; Carlos Müller, muller@ita.br, (12) 3947 6834.

e para realizar o mapeamento do terreno com precisão superior são utilizadas três aeronaves R-99B (Embraer ERJ-145RS – *Remote Sensing*).

Quando uma aeronave suspeita sem plano de voo é detectada, aeronaves militares A-29 (Embraer EMB-314 ALX – Super Tucano) são acionadas para interceptar, e, se necessário, obrigar a mudança de rota e pouso. No caso de desobediência das instruções anteriores, a aeronave militar é autorizada a abater a aeronave suspeita, de acordo com o Decreto-Lei n.º 5.144, (“Lei do Abate” – publicado no Diário Oficial da União, de 19 de julho de 2004).

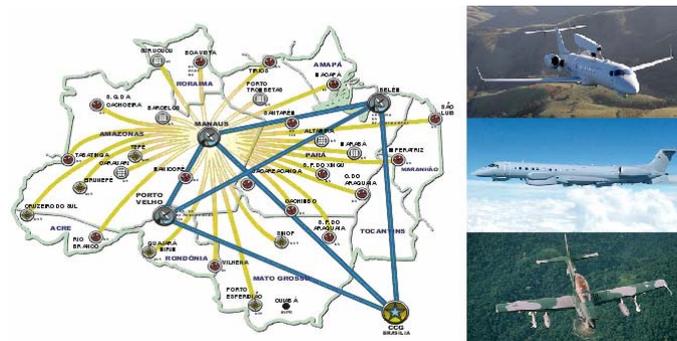


Fig. 1. O Sistema SIVAM e seus componentes [2], [3].

Dessa forma, é imprescindível que os esquadrões responsáveis pela interceptação sejam alocados em posições que possibilitem a máxima cobertura da região, possibilitando um tempo mínimo de deslocamento da base até o ponto de interceptação, diminuindo a probabilidade que essa aeronave suspeita fuja do alcance das autoridades.

O MCLP (*Maximum Coverage Location Problem* – Problema de Localização de Máxima Cobertura) pode ser aplicado ao problema descrito com o objetivo de encontrar a melhor localização de novas bases para os esquadrões de A-29, de modo a cobrir a região Amazônica de maneira eficiente, considerando tanto características que possam favorecer a escolha de localidades onde seja mais favorável a implantação dos esquadrões quanto características que possibilitem a cobertura das localidades mais sensíveis, no que diz respeito à necessidade de cobertura.

Na seção seguinte, será apresentado o MCLP, sua formulação matemática e suas aplicações. Na seção III, será apresentada a formulação considerada para o problema em questão com suas devidas restrições adicionais. Na seção IV serão apresentados os pontos escolhidos ao longo da Região Amazônica, e mostrada a solução, utilizando a formulação original do MCLP e a formulação adaptada. Por fim, serão feitos comentários sobre as soluções encontradas e considerações sobre outras possíveis aplicações.

II. PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

As duas versões do problema de localização e cobertura mais conhecidas e utilizadas são o *Set Covering Problem* (SCP) – Problema de Cobertura de Conjuntos e o MCLP. O SCP tem como objetivo encontrar o mínimo número de facilidades necessárias para cobrir um dado número de pontos de demanda, baseado numa penalidade c_j , característica inerente a cada ponto de facilidade j . O MCLP direciona o problema para localizar um limitado número de facilidades para cobrir o máximo número de pontos de demanda, mas não necessariamente todos, baseado em bonificações atribuídas às características a_i de cada ponto de demanda i .

Tabela I: RELAÇÃO ENTRE SCP E MCLP [4].

Problema	Número de facilidades	% Coberta dos pontos de demanda	Raio de cobertura
SCP	Função objetivo (minimizar)	100%	Exógeno
MCLP	Exógeno	Função objetivo (maximizar)	Exógeno

As formulações matemáticas do SCP e do MCLP estão dispostas a seguir:

SCP [5]

Minimizar

$$z = \sum_{j \in J} c_j x_j$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1, \dots \forall i \in I, \text{ e}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \forall j \in J.$$

MCLP [6]

Maximizar

$$z = \sum_{i \in I} a_i y_i$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, \dots \forall i \in I,$$

$$\sum_{j \in J} x_j \leq P,$$

$$x_j \in \{0, 1\} \forall j \in J, \text{ e}$$

$$y_i \in \{0, 1\} \forall i \in I.$$

onde:

- x_j : 1, se o ponto de facilidade j está ocupado, 0 caso contrário;
- y_i : 1, se o ponto de demanda i está ocupado, 0 caso contrário;
- c_j : custo de usar a localidade j , para $j = 1, \dots, n$;
- a_i : a “bonificação” pela cobertura do ponto de demanda i , para $i = 1, \dots, m$;
- S : máxima distância de cobertura (raio de cobertura);
- I : conjunto de pontos de demanda;

J : conjunto de pontos candidatos a locais de facilidades;

$$N_i: \left(N_i = \left\{ j \mid d_{ij} \leq S \right\} \text{ para } i = 1, \dots, m \right)$$

conjunto dos possíveis pontos de facilidade j que cobrem o ponto de demanda i ;

P : o número máximo de locais de facilidades que podem ser ocupados;

d_{ij} : distância (ou alguma outra métrica) de cada ponto de demanda i para cada possível ponto de facilidade j ;

m : número de pontos de demanda; e

n : número de possíveis locais de facilidades.

III. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA SIVAM

Para formular o problema descrito na Região Amazônica, foram acrescentadas restrições ao MCLP como foi realizado em [4], elaborando um Problema de Programação Linear Binário Inteiro - PLBI. Em [4] foram atribuídos valores bônus para pontos de demanda de alta prioridade, e também bônus para algumas características das regiões candidatas a estações *SAR* (*Search and Rescue* – Busca e Salvamento) – como características logísticas, geográficas e climáticas.

No problema em estudo, serão consideradas apenas bonificações logísticas para os pontos de facilidade, que serão as localidades candidatas a sede dos esquadrões de A-29. Dessa maneira, a formulação matemática será a seguinte:

Maximizar

$$z = \sum_{i \in I} a_i y_i \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, \dots \forall i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_j \leq P, \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} L_j x_j \geq N_L \sum_{j \in J} x_j, \quad (4)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \forall j \in J, \text{ e} \quad (5)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \forall i \in I, \quad (6)$$

onde:

P = o número máximo de bases de esquadrões de A-29 que podem ser ocupadas;

S = máxima distância de cobertura (alcance de missão do A-29);

L_j = bônus referente à característica logística de cada ponto de facilidade j ;

N_L = valor mínimo de “bonificação logística”;

e todos os outros parâmetros definidos como na formulação do MCLP original.

A função objetivo (1) busca maximizar o número de pontos de demanda cobertos, considerando suas respectivas bonificações.

A restrição de cobertura (2) determina que, se um ponto de demanda i é escolhido (isto é, $y_i = 1$), então pelo menos um

ponto de facilidade dentre os que “enxergam” tal ponto de demanda (isto é, pelo menos um x_j pertencente ao conjunto N_j) foi escolhido ($x_j = 1$).

A restrição (3) determina o número máximo de pontos de facilidade que podem ser selecionados simultaneamente.

A restrição (4), para a bonificação logística, é baseada nas características de cada ponto candidato a base de esquadrão de A-29, e limitada inferiormente por um valor (N_L), indicando o padrão médio de bonificação que o conjunto de pontos selecionados deve atender.

As restrições restantes (5) e (6) apenas determinam a característica binária do problema.

IV. APLICAÇÃO E RESULTADOS

Uma aplicação foi desenvolvida para a Região Amazônica, onde foram escolhidos 42 pontos de facilidade e 141 pontos de demanda, dispostos geograficamente na tentativa de cobrir toda a região. Um conjunto de critérios foi levado em conta na quantificação dos valores bônus considerados para cada localidade de facilidade (disponibilidade de pista de pouso e unidade da Aeronáutica no local, por exemplo) e de demanda (proximidade de rotas aéreas utilizadas por contrabandistas e traficantes, por exemplo).

Foram considerados ainda, na formulação do problema, os seguintes parâmetros:

- $P = 5$ (número máximo de bases simultâneas a serem instaladas);
- $N_L = 7$ (padrão mínimo total de bonificação considerado para o somatório de bônus logísticos dos pontos de facilidade); e
- $S =$ alcance de missão do A-29 – nesse problema foi considerado um alcance de 450 km de missão (o alcance máximo real de missão do A-29 é de 550 km, em *Hi-Lo-Hi*, para 5 minutos de combate).

A lista com todas as localidades utilizadas e suas bonificações encontra-se em anexo.

Utilizando a versão 3.7 do Software AIMMS, para realizar a modelagem do Problema de Programação Linear Binário Inteiro, foram obtidos os seguintes resultados para o MCLP formulado da maneira original, conforme proposto em [6] (Tabela II).

Da mesma maneira, estão dispostos na tabela seguinte os resultados para o MCLP formulado com as restrições adicionais (Tabela III).

TABELA II RESULTADOS PARA O MCLP ORIGINAL

Valor da Função Objetivo	391
Pontos de Demanda Cobertos	87 (66,4%)
Localidades de Facilidade selecionadas	
PA – Santarém	9
TO – Araguaína	9
MT – Tangará da Serra	6
RO - Jaru	5
AM - Eirunepé	2
Padrão médio de bonificação obtido (para comparação)	6,2

TABELA III RESULTADOS PARA O MCLP SIVAM - ADAPTADO

Valor da Função Objetivo	388
Pontos de Demanda Cobertos	87 (66,4%)
Localidades de Facilidade selecionadas	
RO – Porto Velho	10
PA – Santarém TO – Araguaína	9
TO – Araguaína	9
MT – Tangará da Serra	6
AM - Eirunepé	2
Padrão médio de bonificação obtido	7,2

De posse dos resultados, observou-se o seguinte:

- Função Objetivo: Quando adicionamos restrições ao problema original, é óbvio que a nova formulação irá ou não se alterar ou se distancia da situação de otimalidade;
- Nesse caso, como se trata de um problema de maximização, o acréscimo de restrições induz a uma diminuição do valor da função objetivo, fato esse já esperado;
- Comparando o número de pontos cobertos em cada uma das formulações, verificou-se que as duas cobriram aproximadamente a mesma área, com a mesma porcentagem de pontos cobertos;
- O padrão médio logístico determinado na formulação adaptada obedeceu ao mínimo atribuído, enquanto no MCLP original, comparativamente, não se atingiu o padrão mínimo;
- Comparando as tabelas, verificou-se que houve a troca da localidade de Jaru – RO por Porto Velho – RO, para que o padrão médio logístico fosse atendido;
- Na solução do Problema SIVAM - adaptado, a escolha das bases privilegiou as localidades candidatas que apresentavam melhores características logísticas. Ainda mais, os pontos de demanda que apresentam maior bonificação estão, em sua maioria, cobertos por mais de uma base.

V. CONCLUSÕES

Este artigo estudou o problema de localização de bases de aeronaves de interceptação na Região Amazônica brasileira para cobrir a área de uma maneira eficiente. Este problema é classificado como um tipo de Problema de Localização de Máxima Cobertura – MCLP.

Foi apresentada a formulação matemática do MCLP original, e também foram realizadas algumas adaptações, sugerindo uma formulação matemática para tratar o Problema SIVAM, considerando o uso de bonificações pelas características logísticas das localidades candidatas a pontos de facilidades, e acrescentando restrições com relação ao padrão mínimo que o conjunto de bases escolhidas deveria obedecer.

Cabe ressaltar que os valores considerados na aplicação prática foram atribuídos considerando características determinadas pelo analista, onde estão embutidos critérios subjetivos que podem não corresponder aos objetivos desejados, dependendo da abordagem desejada. A modelagem permite que se altere o conjunto de critérios e inclusive o peso de cada critério na determinação das

bonificações dos pontos de demanda e de facilidade, sem perda de generalidade.

Os resultados mostraram que em algumas situações, como por exemplo, existência de orçamento reduzido, pode indicar que o problema seria tratado com mais realismo, dando prioridade a escolha de pontos de facilidade com valor de bonificação maior, se for adotada a formulação proposta no Problema SIVAM.

Outras aplicações seriam por exemplo a determinação de localização de bases provisórias em operações combinadas de forças e manobras, e a localização de baterias antiaéreas.

ANEXOS

TABELA V LOCALIDADES DE FACILIDADE

Localidade	Bônus	Localidade	Bônus
AC - Rio Branco	10	MT - Tangará da Serra	6
AM - Carauari	2	PA - Alenquer	2
AM - Coari	3	PA - Belém	10
AM - Eirunepé	2	PA - Breves	5
AM - Manaus	9	PA - Cachimbo	5
AM - Manicoré	3	PA - Itaituba	5
AM - S. G. da Cachoeira	2	PA - Jacareacanga	3
AP - Macapá	9	PA - Marabá	9
MA - Balsas	5	PA - Santarém	9
MA - Carolina	6	PA - Tucuruí	5
MA - Imperatriz	10	RO - Ariquemes	7
MA - São Luís	10	RO - Espigão D'Oeste	3
MT - Alta Floresta	5	RO - Jaru	5
MT - Araguaiana	5	RO - Porto Velho	10
MT - Aripuanã	3	RO - Vilhena	7
MT - Barra do Garças	9	RR - Boa Vista	10
MT - Cuiabá	10	RR - Normandia	5
MT - Juína	3	TO - Araguaína	9
MT - Primavera do Leste	7	TO - Araguatins	6
MT - Rondonópolis	9	TO - Gurupi	6
MT - Tangará da Serra	6	TO - Palmas	9
PA - Alenquer	2	TO - Tocantinópolis	3

TABELA IV LOCALIDADES DE DEMANDA

Localidade	Bônus	Localidade	Bônus
AC - Brasília	6	MT - Sorriso	5
AC - Cruzeiro do Sul	10	MT - V. B. da S. Trindade	6
AC - Epitaciolândia	4	PA - Acará	3
AC - Feijó	5	PA - Almeirim	7
AC - Sena Madureira	7	PA - Altamira	8
AC - Senador Guimard	5	PA - Anapu	2
AC - Tarauacá	7	PA - Aveiro	2
AC - Xapuri	6	PA - Bragança	2
AM - Alvarães	3	PA - Canaã dos Carajás	2
AM - Apuí	6	PA - Chaves	5
AM - Atalaia do Norte	6	PA - Cumaru do Norte	3
AM - Barcelos	8	PA - Eldorado dos Carajás	3
AM - Benjamin Constant	5	PA - Faro	2
AM - Borba	3	PA - Gurupá	4
AM - Guajará	5	PA - Itupiranga	1
AM - Humaitá	6	PA - Melgaço	1
AM - Itacoatiara	7	PA - Monte Alegre	6
AM - Japurá	8	PA - Novo Progresso	6
AM - Juruá	3	PA - Novo Repartimento	5
AM - Lábrea	8	PA - Óbidos	7
AM - Manacapuru	4	PA - Oriximiná	6

AM - Maués	5	PA - Ourilândia do Norte	2
AM - Novo Airão	3	PA - Paragominas	7
AM - Parintins	7	PA - Portel	4
AM - S. I. do Rio Negro	7	PA - Rondon do Pará	3
AM - Tabatinga	9	PA - S.M. das Barreiras	1
AM - Tapauá	1	PA - Santana do Araguaia	3
AM - Tefé	7	PA - São Félix do Xingu	5
AP - Amapá	8	PA - Trairão	2
AP - Calçoene	5	PA - Viseu	3
AP - Laranjal do Jari	4	RO - Alta Floresta D'Oeste	4
AP - Oiapoque	8	RO - Buritis	5
AP - Santana	3	RO - Cacoal	6
MA - Açailândia	5	RO - Cerejeiras	5
MA - Alto Parnaíba	2	RO - Costa Marques	7
MA - Bacabal	5	RO - Guajará-Mirim	9
MA - Barra do Corda	4	RO - Ji-Paraná	8
MA - Bom Jardim	2	RO - Machadinho D'Oeste	1
MA - Buriticupu	2	RO - Nova Mamoré	6
MA - Cândido Mendes	1	RO - Ouro Preto do Oeste	4
MA - C. N. do Maranhão	2	RO - Pimenta Bueno	5
MA - Coroatá	4	RO - Pimenteiras do Oeste	3
MA - Cururupu	3	RO - Rolim de Moura	6
MA - Grajaú	5	RO - S. M. do Guaporé	5
MA - Lago da Pedra	2	RR - Alto Alegre	6
MA - Mirador	2	RR - Amajari	4
MA - Porto Franco	3	RR - Caracará	8
MA - Santa Helena	1	RR - Paracaima	5
MA - Santa Luzia	6	RR - Rorainópolis	7
MT - Apiacás	2	RR - Uiramutã	3
MT - Barão de Melgaço	4	TO - Araguacema	2
MT - Cáceres	9	TO - Arapoema	1
MT - C. dos Guimarães	4	TO - Arraias	5
MT - Cocalinho	1	TO - Colinas do Tocantins	3
MT - Colniza	1	TO - Dianópolis	3
MT - Comodoro	6	TO - Formoso do Araguaia	2
MT - Juara	3	TO - Goiatins	1
MT - Paranatinga	2	TO - Guaraí	3
MT - Peixoto de Azevedo	4	TO - Lagoa da Confusão	1
MT - Poconé	6	TO - Miracema	2
MT - Pontes e Lacerda	7	TO - Paraíso do Tocantins	6
MT - Porto Esperidião	5	TO - Paranã	4
MT - Rosário Oeste	5	TO - Pium	2
MT - S. A. do Leverger	3	TO - Porto Nacional	7
MT - S. F. do Araguaia	4	TO - Taguatinga	3
MT - Sinop	8		

REFERÊNCIAS

- [1] Lorch, C., *Do CAN ao SIVAM: a FAB na Amazônia*, Rio de Janeiro: Aerospace, 2000, 144 páginas.
- [2] Projeto SIVAM, www.sivam.gov.br/PROJETO/INDEX.HTM. Acesso em 20 de março de 2006.
- [3] Embraer – Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A., www.embraer.com.br/english/content/aeronaves/. Acesso em 20 de março de 2006.
- [4] Başdemir, M. M., *Locating Search and Rescue Stations in the Aegean and Western Mediterranean Regions of Turkey*, Tese (Mestrado em Pesquisa Operacional) – Ohio: Air Force Institute of Technology, 2000.
- [5] Fuller, D. E., *Optimizing Airborne Area Surveillance Asset Placement*, Tese (Mestrado em Análise Operacional) – Ohio: Air Force Institute of Technology, 1997.
- [6] Church, R.; Reville, C., *The Maximal Covering Location Problem*, Papers of the Regional Science Association, v. 32, 1974, pp101 - 118.
- [7] Santos, O.J.S., *Problema de Localização de Cobertura de Conjuntos*, Spectrum (Revista do Comando Geral de Operações Aéreas – COMGAR), n. 9, 2005, pp 26 – 28.