

Identificação de Sinais Radar Pulsados por meio de Transformada de Wavelet Contínua e Redes Neurais

André Luiz Bandeira Molina, Francisco Assis de Oliveira Nascimento

Grupo de Processamento Digital de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília – UnB
Campus Universitário Darcy Ribeiro, Asa Norte - Brasília - DF – Brasil, CEP: 70910-900

Resumo — Este trabalho propõe a utilização da técnica de *deinterleaving* por meio da Transformada de Wavelet Contínua (CWT) conjuntamente com redes neurais *Perceptron* Multicamadas (MLP) para identificação de sinais radar pulsados na faixa de Intervalo de Repetição de Pulsos (PRI) entre 2 e 10.000 μ s. Os sinais são inicialmente pré-processados a fim de se segmentar a faixa de PRI em sub-bandas, para então serem submetidos às ferramentas CWT e redes MLP.

Palavras-chaves — *Deinterleaving*; Redes Neurais Artificiais; Identificação de Sinais; Processamento de Sinais.

I. INTRODUÇÃO

Medidas de apoio a Guerra Eletrônica (MAGE) são ações que têm por propósito o reconhecimento de ameaças, praticamente em tempo real. As principais atividades realizadas são interceptar, identificar, analisar e localizar radiações inimigas.

As radiações eletromagnéticas são geralmente interceptadas por meio de receptores que cobrem as bandas de frequências associadas às ameaças significativas. A identificação envolve a comparação dos dados interceptados com assinaturas de ameaças armazenadas em uma biblioteca de ameaças [18].

O espectro eletromagnético utilizado por radares na Guerra Eletrônica (GE) é muito amplo, situando-se principalmente na região entre 2 e 18 GHz os sinais associados a armamentos, bem como são muito amplas as possíveis variações dos parâmetros dos sinais, como intervalo de repetição de pulsos, largura de pulso, variação da portadora, entre outros.

Além disso, a grande quantidade de radares existente em determinados ambientes (também chamados ambientes densos) implica em uma alta quantidade de sinais atingindo os sistemas receptores, causando a superposição desses sinais, fenômeno que é conhecido como Interleaving. Em alguns ambientes, estima-se cerca de milhões de pulsos por segundo atingindo um equipamento MAGE [1].

O processo de isolar os pulsos interceptados de dois ou mais emissores em conjuntos de pulsos individuais por emissor é conhecido como *deinterleaving* de seqüências de pulsos superpostas, e é uma tarefa essencial para a identificação de radares em GE.

Algumas formas de se realizar o *deinterleaving* baseiam-se em técnicas temporais, que utilizam histogramações e recursividade, e em técnicas baseadas em transformadas ortogonais, que utilizam as assinaturas espectrais para detecção das seqüências. As técnicas que utilizam transformadas ortogonais são mais instantâneas, pois possibilitam a extração das características espectrais diretamente dos sinais correlacionados. Este trabalho propõe o uso da transformada de *wavelet* contínua (CWT) para a obtenção das assinaturas espectrais dos sinais radar pulsados, havendo um pré-processamento nesses sinais para a segmentação do espectro. Essa segmentação permite a utilização de janelas de 2048 pontos para cada segmento do espectro no cálculo da CWT. Promove-se, ainda, a identificação desses sinais radar por meio de redes neurais *perceptron* multicamadas, que detectam as assinaturas espectrais previamente treinadas.

II. METODOLOGIA EMPREGADA

A técnica de *deinterleaving* aqui apresentada foi proposta em [5], e baseia-se na CWT para a detecção de seqüências de pulsos radar superpostas. O parâmetro de escala, T , está associado à característica periódica dos sinais (Intervalo de Repetição de Pulsos), e o parâmetro de deslocamento, t , à posição no tempo. Assim, a função detectora possui dois argumentos, T e t .

Nesta técnica, os sinais radar são representados como um conjunto de impulsos superpostos em função de seus tempos de chegada (TOA),

$$s(t) = \sum_j \delta(t - t_j). \quad (1)$$

A wavelet-mãe utilizada é:

$$\psi(t) = M^{1/2} \chi\left(\frac{t}{M}\right) e^{2\pi i t}, \quad (2)$$

onde $\chi(t)$ é uma janela retangular de comprimento unitário, e M é um parâmetro ajustável relativo à resolução da função detectora. Este parâmetro determina o número de ciclos da exponencial complexa contida na janela $\chi(t)$, e representa o menor número de pulsos que se espera receber ou se deseja detectar. A resolução espectral obtida é $(1/M)T$.

Um valor prático para o parâmetro M é 12. Radares de busca recebem por volta de dez a doze pulsos refletidos. A

Fig. 1 ilustra os valores real, imaginário, do módulo e do espectro da *wavelet*-mãe para M igual a 12.

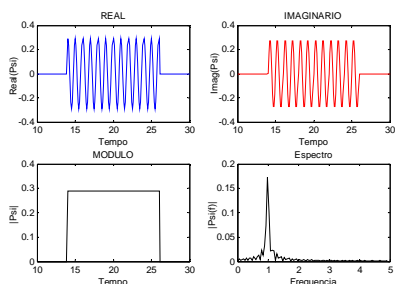


Fig. 1. Gráficos da *wavelet*-mãe $\psi(t)$ para M igual a 12: parte real, parte imaginária, módulo e espectro.

A função detectora $D(T,t)$, formada pela CWT do sinal $s(t)$ com a *wavelet*-mãe $\psi(t)$ deslocada de t e escalonada de T é dada por:

$$D(T,t) = \frac{T}{M} \left| \int s(t') \frac{1}{\sqrt{T}} \psi^* \left(\frac{t'-t}{T} \right) dt' \right|^2. \quad (3)$$

A obtenção da função detectora $D(T,t)$ nos permite obter a assinatura espectral das seqüências de pulsos radar, independente de essas seqüências estarem superpostas no sinal interceptado. A Fig. 2 ilustra a detecção de três seqüências de pulsos de sinal radar por meio da técnica.

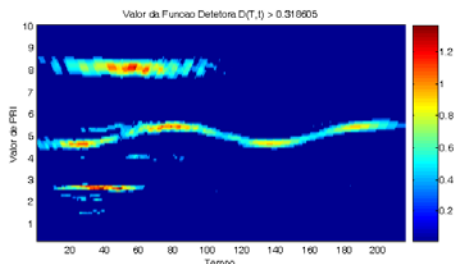


Fig. 2. Assinaturas espectrais obtidas por meio da técnica da transformada de *wavelet* contínua.

Essa técnica tem sua aplicação voltada para sistemas discretos, que requerem a amostragem dos sinais. Como os radares pulsados associados a armamentos têm sua freqüência portadora principalmente na faixa entre 2 e 18 GHz, seriam necessários sistemas com taxa de amostragem da ordem de nano segundos de acordo com o Teorema de Nyquist.

Contudo, se a informação de freqüência da portadora não é necessária ou não pode ser obtida (como nos receptores de cristal vídeo), a taxa de amostragem necessária é determinada pelos valores de freqüência de repetição dos pulsos (PRF), ou o seu análogo, o intervalo de repetição de pulsos (PRI). Assim, sabendo-se que a faixa de PRI prático varia entre 2 e 10000 μ s [18,20], uma taxa de amostragem aceitável seria da ordem de décimos de microssegundos.

A técnica proposta em [5] não é interessante para a análise de toda a faixa de PRI prático, pois não considera a complexidade computacional do cálculo da CWT para valores de PRI elevados.

Supondo que o parâmetro M seja 12, teríamos para o pior caso, quando o PRI é 10000 μ s, que a função detectora deveria trabalhar com um vetor contendo 120000 amostras,

tornando impraticável a implementação em elementos de processamento digital.

A ordem de grandeza da faixa de PRI prático utilizado em GE associada ao tempo necessário para a recepção de um número mínimo de pulsos de sinais radar representa um desafio para os sistemas computacionais baseados em digitalização.

Pode-se realizar a divisão dessa faixa de PRI prático em bandas de PRI prático de acordo com o número mínimo de pulsos que se espera receber ou se deseja detectar para o maior valor de PRI de cada banda.

Assumiremos uma taxa de amostragem de 0,1 μ s para o desenvolvimento da solução.

Seja $M=12$ o número mínimo de pulsos que se espera receber ou se deseja detectar para a realização do *deinterleaving* segundo a técnica da transformada de *wavelet* contínua. Assim, o menor tempo de recepção necessário para que um sinal com valor de PRI igual a T seja detectado fica da ordem de:

$$janela = M \cdot T = 12 \cdot T. \quad (4)$$

Uma proposta para a divisão das faixas de PRI prático em bandas seria uma escala logarítmica, onde a precisão para os valores maiores de PRI seria menor em função de um tempo de amostragem maior. Isso poderia ser obtido dividindo-se toda a faixa de PRI prático em décadas, como de 1 a 10 μ s, 10 a 100 μ s, 100 a 1000 μ s e 1000 a 10000 μ s, com taxas de amostragem de 0,1 μ s, 1 μ s, 10 μ s e 100 μ s, respectivamente.

Dessa forma, torna-se possível designar janelas de tempo de recepção para cada banda de PRI prático de forma a permitir que a função detectora trabalhe com valores de tamanho aceitável. As janelas são determinadas pelo maior valor de PRI de cada janela, $12T_{m,banda}$. Assim, as janelas de recepção para as bandas de PRI entre 1 e 10 μ s, 10 e 100 μ s, 100 e 1000 μ s, e 1000 e 10000 μ s seriam, respectivamente, 120 μ s, 1200 μ s, 12000 μ s e 120000 μ s.

Agora que estão definidas janelas de recepção adequadas ao número mínimo de pulsos $M=12$ para cada banda, ainda resta resolver o problema do tamanho dos vetores a serem submetidos à função detectora.

A subamostragem de sinais é uma alternativa para isto. Tendo em vista que as bandas variam de um fator de 10, também poderíamos realizar subseqüentes subamostragens a um fator de 10, fazendo com que todos os vetores de recepção tivessem um tamanho de 1200 elementos, como ocorre na banda de PRI entre 1 e 10 μ s.

Para a primeira banda, 1 a 10 μ s, não seria realizada nenhuma subamostragem. Já para a segunda banda, 10 a 100 μ s, realizaríamos uma primeira subamostragem na janela de recepção a um fator de 10, o que nos daria uma taxa de amostragem de 1 μ s e, para um tempo de recepção de 1200 μ s conforme apresentado acima, um total de $1200/1=1200$ elementos.

Para terceira banda, 100 a 1000 μ s, seria realizada uma segunda subamostragem do sinal já recebido. Assim, teríamos uma taxa de amostragem de 10 μ s e, para o tempo de recepção de 12000 μ s dessa banda, um total de 1200 elementos.

Para a última banda, 1000 a 10000 μ s, teríamos, analogamente, uma taxa de amostragem de 100 μ s e um vetor de recepção com 1200 elementos.

A implementação de algoritmos rápidos para processamento digital de sinais (PDS), como transformada rápida de Fourier e transformada rápida de *wavelet*, é realizada com vetores de tamanhos múltiplos de $N = 2^K; K \in \mathbb{Z}_+$. Assim, o menor múltiplo para o nosso sistema de recepção, que trabalha a uma taxa de amostragem de $0,1 \mu\text{s}$, seria 2048 (2^{11}). Esse valor satisfaz os requisitos de janela mínima de recepção baseada no valor do parâmetro $M=12$.

A Fig. 3 representa graficamente as janelas de recepção sugeridas para análise das bandas de PRI sem as subamostragens. Já a Fig. 4 representa graficamente as janelas de recepção para as bandas de PRI após as subamostragens sucessivas.

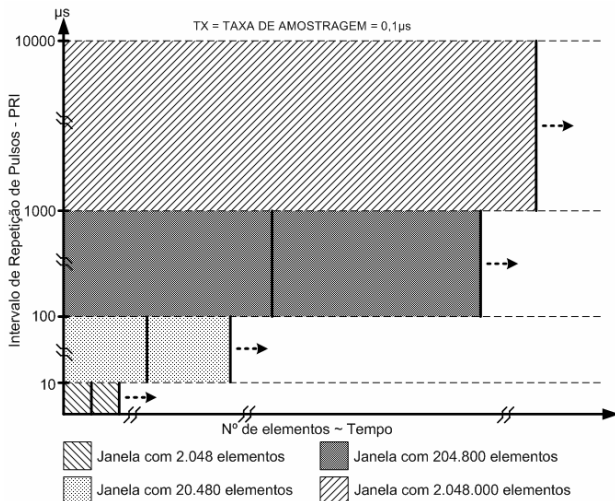


Fig. 3 - Gráfico representativo das janelas de tempo necessárias para análise das bandas de PRI prático.

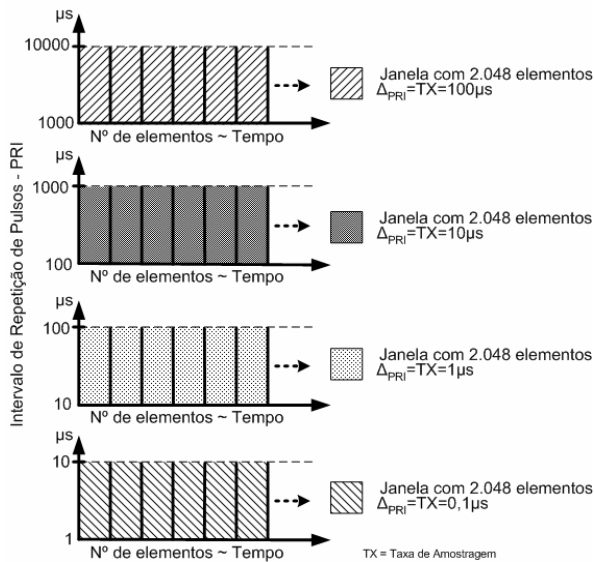


Fig. 4. Janelas do sinal recebido para análise das faixas de PRI prático após subamostragens.

A partir das janelas de recepção com 2048 elementos, fica computacionalmente viável a utilização da técnica da transformada de *wavelet* contínua para o *deinterleaving*.

De acordo com (1), os sinais recebidos são representados como superposição de impulsos. A utilização de subamostragens nos sinais recebidos pode representar um

problema no momento em que os pulsos de um determinado sinal podem ser totalmente excluídos.

Dessa forma, torna-se interessante a inclusão da informação da largura de pulso (PW) dos pulsos recebidos, o que, inclusive, é mais condizente com os sinais obtidos dos receptores de guerra eletrônica baseados em cristal vídeo.

Com isso, temos que um sinal $s(t)$ de um determinado radar, formado por uma seqüência de N pulsos com tempo de chegada t_j e largura de pulso τ , são representados como:

$$s(t) = \sum_{j=1}^N w\left(\frac{t-t_j}{\tau}\right), \quad (5)$$

onde $w(t)$ corresponde à janela retangular.

Para minimizar os efeitos de ruído causados pelos sinais de bandas de PRI diferentes, torna-se interessante a filtragem digital FIR (*Finite Impulse-duration Response*) passa-faixa dos sinais de cada banda de PRI. Como a frequência de corte normalizada é dada por:

$$\omega_c = \frac{f_c}{f_s / 2}, \quad (6)$$

teríamos que, para todas as bandas de PRI, as frequências de corte normalizadas do filtro digital FIR passa-faixa seriam determinadas pelos valores $\omega_{c1} = 0,02$ e $\omega_{c2} = 0,2$.

Após a utilização da técnica da CWT nas janelas de 2048 pontos, para cada banda de PRI, temos disponíveis as assinaturas espectrais das seqüências de pulsos associadas a cada radar presente, tornando possível a utilização de redes neurais *perceptron* multicamadas (MLP) para a identificação de assinaturas espectrais previamente conhecidas pelas redes.

São construídas quatro redes MLP independentes, uma para cada banda de PRI. Cada rede tem como entrada o resultado da técnica da CWT para a banda em questão, e sua saída é definida pelo número de radares que se deseja identificar, o que é definido na etapa de treinamento. A Fig. 5 ilustra o modelo proposto.

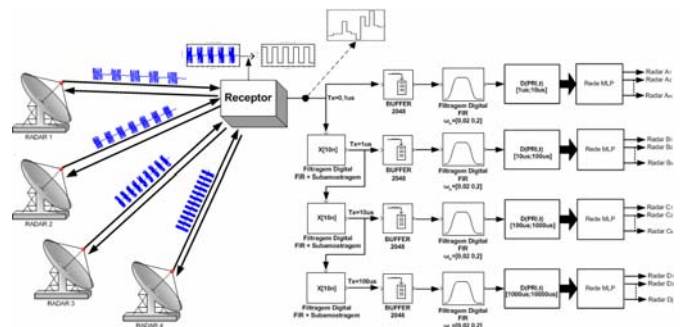


Fig. 5. Modelo do sistema de identificação de sinais radar por meio de transformada de *wavelet* contínua e redes neurais MLP.

III. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Sejam $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ e $s_4(t)$ as seqüências de sinais radar correspondentes aos sinais que se deseja identificar. Para o treinamento das redes MLP, essas seqüências são definidas conforme a Tabela I.

TABELA I – Simulação das seqüências de sinais radar que se deseja identificar.

Seqüência	Tipo de Sinal	PRI (µs)	ΔPRI	PW (µs)	Início (µs)	Término (µs)
$s_1(t)$	Simple	8	-	0.8	0	150
$s_2(t)$	Stagger	58, 60, 61 e 63	-	6	0	1500
$s_3(t)$	Wobulated	400	Até 10%, 20 pulsos por ciclo	40	0	15000
$s_4(t)$	Jitter	2000	Até 5%	100	0	150000

O sinal formado pela superposição no tempo desses quatro sinais será chamado $s(t)$. Os conjuntos de treinamento criados para cada uma das redes MLP serão formados pelo encadeamento das detecções do sinal simulado isoladamente e do sinal $s(t)$ para cada banda de PRI, após as subamostragens e filtragens para separação das bandas.

As redes MLP foram criadas com duas camadas, 91 entradas, correspondendo a cada valor de PRI possível em uma banda de PRI, 80 nodos na camada intermediária e uma saída cada, uma vez que se deseja identificar apenas um radar por banda de PRI. A função de transferência utilizada na camada intermediária e camada de saída foi a logística, onde uma saída igual a 1 identifica a presença do radar treinado, e uma saída igual a zero indica ausência do radar. O treinamento foi realizado utilizando-se o algoritmo *resilient backpropagation*, com objetivo de erro igual a 0,001, e convergência até 180 épocas. Os conjuntos de treinamento para cada rede MLP são apresentados nas Figs. 6, 7, 8 e 9.

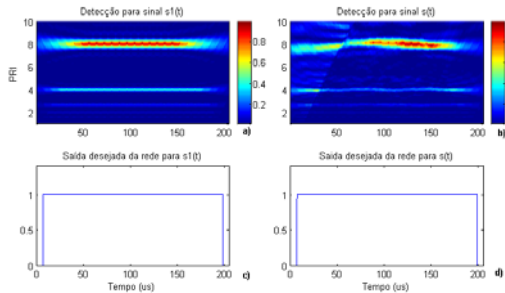


Figura 6 – Conjunto de treinamento para a rede MLP associada à banda de PRI entre 1 e 10 µs formado pelas detecções e saídas desejadas: a) Detecção para o sinal $s_1(t)$; b) Detecção para o sinal $s(t)$; c) Saída desejada da rede para $s_1(t)$; d) Saída desejada da rede para $s(t)$.

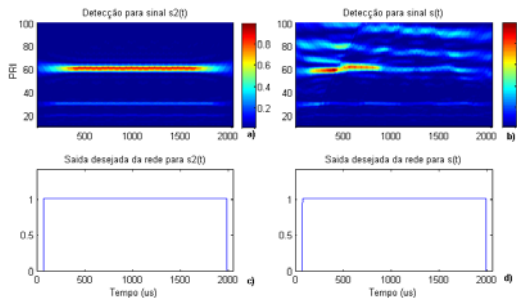


Figura 7 – Conjunto de treinamento para a rede MLP associada à banda de PRI entre 10 e 100 µs formado pelas detecções e saídas desejadas: a) Detecção para o sinal $s_2(t)$; b) Detecção para o sinal $s(t)$; c) Saída desejada da rede para $s_2(t)$; d) Saída desejada da rede para $s(t)$.

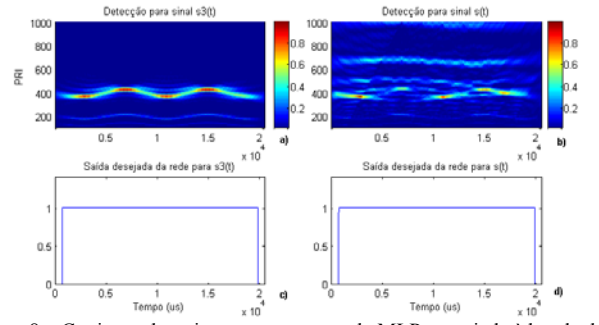


Figura 8 – Conjunto de treinamento para a rede MLP associada à banda de PRI entre 100 e 1000 µs formado pelas detecções e saídas desejadas: a) Detecção para o sinal $s_3(t)$; b) Detecção para o sinal $s(t)$; c) Saída desejada da rede para $s_3(t)$; d) Saída desejada da rede para $s(t)$.

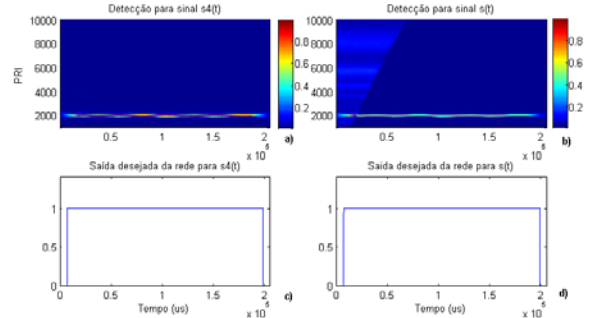


Figura 9 – Conjunto de treinamento para a rede MLP associada à banda de PRI entre 1000 e 10000 µs formado pelas detecções e saídas desejadas: a) Detecção para o sinal $s_4(t)$; b) Detecção para o sinal $s(t)$; c) Saída desejada da rede para $s_4(t)$; d) Saída desejada da rede para $s(t)$.

Para validação do modelo, após o treinamento das redes MLP, criou-se um sinal $s_5(t)$ composto de 8 seqüências de pulsos superpostas, conforme a Tabela II.

TABELA II – Simulação das seqüências de sinais radar que se deseja identificar.

Seqüência	Tipo de Sinal	PRI (µs)	ΔPRI	PW (µs)	Início (µs)	Término (µs)
A	Wobulated	4	Até 5%, 25 pulsos por ciclo	0.4	30	120
B	Simple	8	-	0.8	60	200
C	Simple	20	-	2	70	300
D	Stagger	58, 60, 61 e 63	-	6	50	2000
E	Stagger	700, 702, 706 e 707	-	20	80	14000
F	Wobulated	400	Até 25%, 20 pulsos por ciclo	40	140	17000
G	Jitter	5000	Até 5%	200	100	140000
H	Jitter	2000	Até 5%	100	220	160000

As seqüências de pulsos B , D , F e H correspondem, respectivamente, aos sinais radar $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ e $s_4(t)$ que desejamos identificar pelas redes MLP treinadas.

O resultado da validação do modelo é apresentado na Fig. 10.

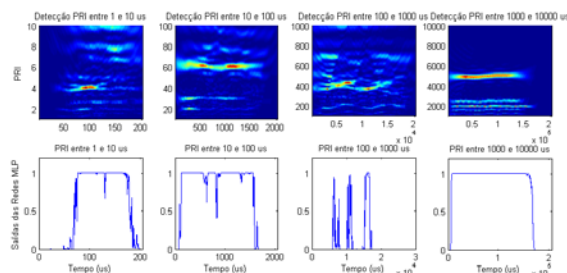


Fig. 10. Detecção e identificação dos sinais que compõem $s_v(t)$.

Observa-se que as assinaturas espectrais dos diversos sinais que compõem $s_v(t)$ são obtidas pela técnica da CWT para cada banda de PRI, possibilitando que as redes identifiquem a presença dos sinais com que foram treinadas.

As identificações dos sinais $s_1(t)$, $s_2(t)$ e $s_4(t)$ são obtidas com razoável precisão se comparados os instantes de alteração das saídas das redes MLP com os instantes de início e término desses sinais na Tabela II.

Para a identificação do sinal $s_3(t)$, presente na banda de PRI entre 100 e 1000 μ s, observou-se a ocorrência de falsos negativos, indicando que a rede MLP associada a esta banda de PRI não foi capaz de identificar a assinatura daquele sinal radar. Isso pode ter ocorrido em função da distorção e do ruído provocados pelos sinais presentes em outras bandas de PRI que não foram minimizados suficientemente pela filtragem digital FIR passa-faixa.

IV. CONCLUSÕES

Em geral, as técnicas que utilizam transformadas ortogonais são mais robustas que as técnicas temporais devido às propriedades de minimização da correlação entre as diversas fontes de sinais. As assinaturas espectrais no espaço transformado apresentam um comportamento típico mais evidente.

Conclui-se, a partir dos resultados obtidos, que as subamostragens sucessivas, janelamentos com 2048 pontos e filtragens digitais FIR permitem a obtenção das assinaturas espectrais dos sinais radar presentes em todo o intervalo de repetição de pulsos por meio da técnica da transformada de *wavelet* contínua, o que não era viável computacionalmente na técnica proposta em [5]. Possibilita-se, com isso, maior rapidez no processamento dos sinais radar interceptados, uma vez que todo o processamento é realizado diretamente sobre janelas de tempo adequadas a cada banda de PRI.

A inclusão das redes neurais MLP viabiliza a identificação, com razoável precisão temporal, das assinaturas espectrais dos sinais com que as redes foram treinadas. A ocorrência de falsos positivos ou negativos é devida principalmente a fatores relacionados ao treinamento das redes e às distorções e ruídos espectrais provocados pela superposição dos sinais que as filtragens não são capazes de remover. Uma escolha adequada do conjunto de treinamento, número de nodos da camada intermediária e critérios de

treinamento representam uma solução para os falsos positivos e negativos.

A escolha de uma *wavelet*-mãe adequada para os formatos dos sinais após as subamostragens e filtragens pode melhorar a detecção das assinaturas espectrais dos sinais.

Também pode ser estudado um possível *overlapping* nas janelas de 2048 pontos, a fim de não haver perda de detecções de assinaturas espectrais para sinais que têm sua duração entre o fim e o término de duas janelas consecutivas.

REFERÊNCIAS

- [1] Adamy, D. *EW 101: A First Course in Electronic Warfare*. Boston: Artech House, 2001. p. 1-6, 49-71, 73-97.
- [2] Braga, A. P., et al. *Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações*. Rio de Janeiro: LTC, 2000. p. 1-73.
- [3] Chui, C. K. *WAVELET ANALYSIS AND ITS APPLICATIONS. Wavelets: A Tutorial in Theory and Applications*. San Diego: Academic Press, 1992. v. 2, 729 p.
- [4] Coelho, L. S. *Introdução às Redes Neurais Artificiais*. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2004. Disponível em: <http://www.las.pucpr.br/leandro/control_avançado/A16_RN_Introdução.pdf>. Acesso em: 14 mar. 2004.
- [5] Driscoll, D. E., Howard, S. D. *The Detection of Radar Pulse Sequences by Means of a Continuous Wavelet Transform*. IEEE Proceedings on International Conference, Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 3, p. 1389-1392, mar. 1999.
- [6] Gomes, J., Velho, L., Goldenstein, S. *Wavelets: Teoria, Software e Aplicações*. 21º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 1997. 216 p.
- [7] Granger, E., et al. *Radar ECM with a What-and-Where Fusion Neural Network*. Proceedings of the 2001 IEEE Signal Processing Society Workshop – Neural Networks for Signal Processing XI, 2001, North Falmouth, p. 539-548, 10-12 set. 2001.
- [8] Holschneider, M. *Wavelets: An Analysis Tool*. Oxford: Clarendon Press, 1995. 423 p.
- [9] Kingsley, S., Quegan, S. *Understanding Radar Systems*. Maidenhead: McGraw-Hill Book Company, 1992. p. 1-60.
- [10] Kovács, Z. L. *Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e Aplicações*. São Paulo: 1996. p. 1-41, 55-76.
- [11] Mahafza, B. R. *Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB*. Huntsville: CRC Press, 2000. p. 1-21, 117-134.
- [12] Mardia, H. K. *New Techniques for the Deinterleaving of Repetitive Sequences*. IEE Proceedings for Radar and Signal Processing, vol. 136 (4), p. 149-154, ago. 1989.
- [13] Milojević, D. J., Popović, B. M. *Improved Algorithm for the Deinterleaving of Radar Pulses*. IEE Proceedings for Radar and Signal Processing, vol. 139, p. 98-104, fev. 1992.
- [14] Molina, A. L. B. M. *Uma Investigação do Sistema de Software do Receptor de Alerta Radar RWR ELT-156X*. São José dos Campos, 2002. 170 p. Trabalho de Graduação – Instituto de Tecnológico de Aeronáutica. Confidencial.
- [15] Noel S., Szu, H. *Doppler Frequency Estimation with Wavelets and Neural Networks*. Proceedings of the 12th Annual International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls. Orlando, Florida, abr. 1998.
- [16] Noel S., Szu, H. *Wavelets and Neural Networks for Radar*. Disponível em: <<http://ise.gmu.edu/~snoel/publications.htm>>. Acesso em: 28 jul. 2006.
- [17] Oppenheim, A. V., Schaffer, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. New Jersey: Prentice-Hall, 1989. p. 1-105, 112-114, 444-452.
- [18] Schleher, D. C. *Electronic Warfare in the Information Age*. Boston: Artech House, 1999. p. 1-24, 333-396.
- [19] Skolnik, M. *Introduction to Radar Systems*. Boston: McGraw-Hill, 1980. p.1-12, 68-95.
- [20] Tsui, J. *Digital Techniques for Wideband Receivers*. Boston: Artech House, 1995. p. 9-20, 155-172.
- [21] Tsui, J. *Microwave Receivers with Electronic Warfare Applications*. Malabar: Krieger Publishing Company, 1992. p. 1-9, 81-111.
- [22] Zanandrea, A., et al. *Detecção de sinais de pulsos de radar através de transformada contínua de wavelets*. XXVIII Congresso Nacional da Matemática Aplicada e Computacional - CNMAC, 2005, São Paulo, 2005. p. 478. Disponível em: <200.231.172.253/cnmac/storal2/ademilson_zanandrea_ST20.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2006.