Estudo do Acoplamento de Energia a Dispositivos Eletroexplosivos - Parte I

Paulo Cesar de Carvalho Faria[a]
Koshun Iha[b]
[a,b] Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), Departamento de Química - IEFQ
Praça Mal. do Ar Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias – São José dos Campo - SP

[1]***Resumo* —.A aplicação bélica de eletroexplosivos deve basear-se no amplo entendimento dos fenômenos de transferência de calor que ocorrem na junção entre uma resistência elétrica e uma pequena carga pirotécnica de alta sensibilidade. Essa combinação, resistência elétrica encapsulada por um explosivo primário, é conhecida como squib - o elemento inicial de uma cadeia ou trem explosivo, o fornecedor da energia mínima necessária para acionar um pirotécnico mais potente. Além do mais, esse fenômeno não deve ocorrer acidentalmente ou, principalmente, por interferência eletromagnética intencional. O grande desafio é quantificar a energia em forma de pulsos eletromagnéticos, portanto sem acoplamento físico, proveniente de uma fonte cujas características (distância até a fonte, ciclo de trabalho, largura do pulso e outras) são bem conhecidas, capaz de estimular todo esse processo. Um simples, porém engenhoso, modelo matemático, uma equação diferencial ordinária de primeira ordem com função forçante periódica, mostra-se bastante útil para o emprego criterioso e seguro desse tipo de explosivo, representando somente uma primeira etapa desse esforço.**

***Palavras-chaves* — Eletroexplosivo; Squib; Modelo Térmico RC; Ignição por Excitação Pulsada; Empilhamento de Temperatura.**

I. INTRODUÇÃO

A. Analogia Útil – Conservação da Massa de Água em Um Barril

Considere um barril suficientemente alto, inicialmente vazio, aberto na sua parte superior e com um pequeno orifício no centro da sua base. Suponha, ainda, que esteja chovendo no local onde se encontra o barril (precipitação torrencial contínua e uniforme). Como será que o nível da água nesse barril vai variar ao longo do tempo?

Para simplificar a análise do problema, vamos presumir que o orifício no fundo do barril possa ser representado por uma resistência hidráulica linear (na verdade, como demonstraram Torricelli e Bernoulli, a vazão do fluido que sai pelo orifício é, dentro de certos limites da altura H, proporcional a $\sqrt{H}$; em geral, R é mais bem expresso por $R_0 H^{(1-n)}$, com n ajustado a cada caso). Assim, a vazão pelo orifício (fuga de água) vale

$$Q_s = \frac{H}{R} = \frac{H}{R_0 H^{(1-n)}} = \left.\frac{H^n}{R_0}\right|_{n=1} = \frac{H}{R_0} \qquad (1)$$

Por outro lado, o fluxo de água de chuva que entra no barril é constante e igual a $Q_e = C_e$. Portanto, a variação de volume, V, de água no interior do barril fica:

$$\Delta V = \pi r^2 \cdot \Delta H \qquad (2)$$

ou

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi r^2 \cdot \frac{\Delta H}{\Delta t}. \qquad (3)$$

Fazendo $\Delta t \to 0$, obtemos

$$\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \cdot \frac{dH}{dt} \qquad (4)$$

Mas como $\frac{dV}{dt} = Q_e - Q_s$, chegamos à equação diferencial (ED)

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{\pi r^2}\cdot(Q_e - Q_s) = \frac{1}{\pi r^2}\cdot(Q_e - \frac{H}{R_0}) \qquad (5)$$

Chamando $C_b = \frac{1}{\pi r^2}$, $C_s = \frac{1}{R_0}$, $\tau_b = \frac{1}{C_b C_s}$ e reordenando a ED, resulta que

$$\frac{dH}{dt} + \frac{H}{\tau_b} = C_b \cdot Q_e, \qquad (6)$$

cuja solução é da forma $H = A\cdot(1 - e^{-\frac{t}{\tau_b}})$.

Para determinarmos A e τ_b, basta substituir a expressão anterior na ED e considerar os valores extremos de t (zero e infinito):

[1] [a]carvalho@ita.br, Tel +55-12-3947 6852; [b]koshun@ita.br.

$$\begin{cases} \dfrac{A}{\tau_b} = C_b \cdot C_e \quad (t \to 0) \\ A \cdot C_b \cdot C_s = C_b \cdot C_e \quad (t \to \infty) \end{cases} \tag{7}$$

Resolvendo esse sistema de equações, vem que.

$$A = \frac{C_e}{C_s} \tag{8}$$

e

$$\tau_b = \frac{1}{C_b C_s} \tag{9}$$

Logo,

$$H = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau_b}}) = \frac{C_e}{C_s} \cdot (1 - e^{-\frac{C_b}{C_s} t}) \tag{10}$$

II. Modelo Térmico do Dispositivo Eletroexplosivo

A. *Estabelecendo a Equação Diferencial – 1ª Lei da Termodinâmica (Conservação da Energia)*

Recobrindo-se uma resistência elétrica de baixo valor com uma camada de explosivo de alta sensibilidade e aplicando-se corrente contínua ou pulsada ao circuito, será possível iniciar a massa explosiva, 99.99% das vezes, por exemplo, desde que a sua temperatura ultrapasse um valor determinado experimentalmente. Mas qual seria a forma mais eficiente de isso ocorrer, excitação contínua ou pulsada? Para responder a essa questão, vamos estabelecer uma representação abstrata e simplificada dos fenômenos térmicos envolvidos na ignição do eletroexplosivo (EE).

Nessa primeira etapa do nosso estudo, não nos importaremos com a origem da energia que chega até o EE (radar pulsado irradiando sobre os condutores de energia elétrica que chegam até o EE ou descarga capacitiva), pois esse tema será objeto de um outro artigo (Parte II).

Por hipótese, a elevação da temperatura do EE ($\Delta\theta$), causada pela aplicação de corrente ao circuito de ignição, será considerada proporcional ao saldo de energia (energia que entra – energia que sai) sobre o explosivo:

$\Delta\theta =$	$C_{EE}.\Delta E$	← *Variação de Temperatura do EE*
$\Delta E =$	$\Delta E_e - \Delta E_s$	← *Fluxo Líquido de Energia*
$\Delta E_e =$	$(I^2 R).\Delta t = P_e.\Delta t$	← *Energia que Entra*
$\Delta E_s =$	$C_s.\theta.\Delta t$	← *Energia que Sai*
Onde		
$C_{EE} =$	$\dfrac{1}{C_p}$	← *Constante Característica do EE*
$C_p =$	C_T	← *Capacitância Térmica*
R		← *Resistência Elétrica do Squib*
I		← *Corrente Elétrica*
P_e		← *Potência Injetada no EE*
$C_s =$	$\dfrac{1}{R_T} = G_T$	← *Condutância Térmica (representa a fuga de calor)*
R_T		← *Resistência Térmica*

Combinando-se as expressões acima, obtemos a representação matemática da variação de temperatura do EE:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= C_{EE}.(P_e.\Delta t - C_s.\theta.\Delta t) \\ \frac{\Delta\theta}{\Delta t} &= C_{EE}.P_e - C_{EE}.C_s.\theta \end{aligned} \tag{11}$$

Agora, passando-se o limite $\Delta t \to 0$ e reagrupando-se os termos, resulta em:

$$\begin{aligned} &\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau_{EE}} = C_{EE}.P_e, \\ &\tau_{EE} = \frac{1}{C_{EE}.C_s} = R_T.C_T \end{aligned} \tag{12}$$

Novamente, admitindo-se que a solução da equação diferencial seja da forma $\theta = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{EE}}})$, por substituição direta na ED e tomando-se qualquer um dos valores extremos de t (zero ou infinito), chega-se a:

$$\begin{aligned} &A = C_{EE}.P_e.\tau_{EE} \\ &e \\ &\theta = C_{EE}.P_e.\tau_{EE}.(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{EE}}}) \end{aligned} \tag{13}$$

Logo, a temperatura máxima (excitação contínua) ocorre para $t \to \infty$ e vale

$$\begin{aligned} \theta_{MAXCONT} &= C_{EE} \cdot P_e \cdot \tau_{EE} = \frac{1}{C_T} \cdot P_e \cdot R_T \cdot C_T \\ &= P_e \cdot R_T = P_{av} \cdot R_T . \end{aligned} \tag{14}$$

Podemos, também, representar (Fig. 1) essa mesma ED pelo seguinte circuito térmico equivalente (excitação pulsada), o que facilita o equacionamento do problema:

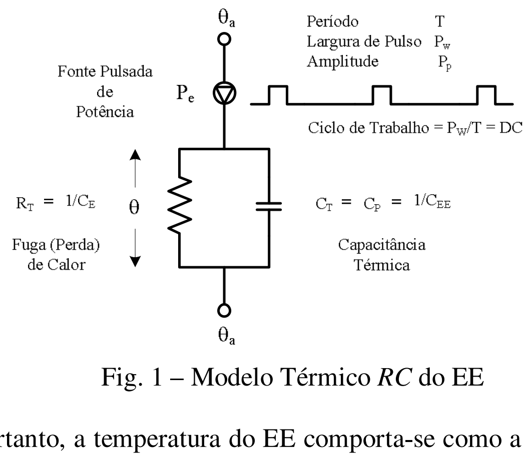

Fig. 1 – Modelo Térmico *RC* do EE

Portanto, a temperatura do EE comporta-se como a altura da água acumulada no barril, uma analogia que auxilia bastante a entender o fenômeno térmico que pode levar o explosivo à ignição. Observe que a temperatura não sobe indefinidamente devido à perda de calor (R_T) para o meio (Fig. 2). Caso não houvesse essa fuga de energia para o ambiente, $R_T \to \infty$ e $\frac{1}{\tau_{EE}} \to 0$, ou seja, a realimentação negativa deixaria de existir e o efeito integrador da capacitância térmica (C_T) prevaleceria, causando, a cada pulso de potência, um acréscimo na temperatura (*temperature stacking*) do EE. Essa situação é análoga à do barril recebendo líquido continuamente e sem furo na base: o nível da água aumentaria até que o barril transbordasse.

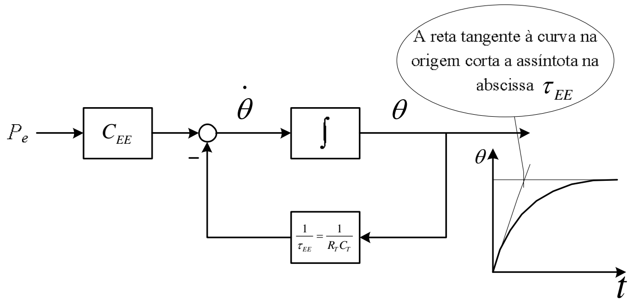

Fig. 2 – Efeito Integrador da Capacitância Térmica (C_T) contrabalançado pela Fuga de Calor (R_T)

Tomando-se o resultado (a menos de uma constante multiplicativa), com $t' = t-(n+1)T$ e $\tau \gg P_W$, da solução da ED para o caso de excitação periódica pulsada,

$$1-\frac{e^{-at'}-e^{-aT}\cdot e^{-a(t'-P_W)}}{e^{aT}-1}. \tag{15}$$

Para encontrarmos o máximo valor possível da temperatura do EE, fazemos $t' = -T + P_W$ (t' correspondente ao final do pulso) na expressão anterior:

$$1-\left.\frac{e^{-at'}-e^{-aT}\cdot e^{-a(t'-P_W)}}{e^{aT}-1}\right|_{t'=-T+P_W} = \frac{1-e^{-aP_w}}{1-e^{-aT}}. \tag{16}$$

Isso nos leva a

$$\theta_{MAXPULS} = P_P \cdot R_T \cdot \left(\frac{1-e^{-aP_w}}{1-e^{-aT}}\right)$$

$$= \theta_{MAXCONT} \cdot \frac{1}{DC} \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{T}{\tau_{EE}}\cdot DC}}{1-e^{-\frac{T}{\tau_{EE}}}}\right),$$

Pois

$$P_P = P_P \cdot \frac{\frac{P_W}{T}}{\frac{P_W}{T}} = \frac{P_P \cdot \frac{P_W}{T}}{\frac{P_W}{T}} \cdot \frac{P_{av}}{\left(\frac{P_W}{T}\right)} = \frac{P_{av}}{DC},$$

$$\theta_{MAXCONT} = P_{av} \cdot R_T,$$

$$a = \frac{1}{\tau_{EE}} \text{ e}$$

$$a.P_W = \frac{1}{\tau_{EE}} \cdot T \cdot \frac{P_W}{T} = \frac{T}{\tau_{EE}}.DC.$$

Então,

$$\eta = \frac{\theta_{MAXPULS}}{\theta_{MAXCONT}} = \frac{1}{DC} \cdot \left(\frac{1-e^{-\frac{T}{\tau_{EE}}.DC}}{1-e^{-\frac{T}{\tau_{EE}}}}\right). \tag{17}$$

Considerando-se que DC, em geral, é $\ll 1$, então $\eta \gg 1$, para certas combinações de DC e $\frac{T}{\tau_{EE}}$, o que representa um ganho da excitação pulsada em relação à excitação contínua.

Fica evidente (Tabela I) que, para obtermos altos rendimentos (η), devemos operar na região correspondente a $\frac{T}{\tau_{EE}}$ elevado e DC baixo [1]. Dessa forma, é provável que ocorra facilmente a ignição do EE, seja ela intencional ou não.

No caso limite, pulso curto de alta energia ($\cong$ impulso), a elevação de temperatura, desprezando-se a fuga de calor (considere que despejamos subitamente uma quantidade muito grande de água no barril; a perda de água pelo furo na sua base é desprezível e a altura da coluna no seu interior, cresce quase que instantaneamente, dependendo somente do volume ou massa de água nele derramado) é dada por

$$\theta_{IMPULSO} = \frac{1}{C_T} \cdot \int_0^{P_W} P_P \cdot dt = \frac{1}{C_T} \cdot P_P \cdot P_W. \tag{18}$$

Tudo isso é bastante previsível, pois à medida que a fuga de calor para o ambiente aumenta, a resistência R_T diminui "curto-circuitando" a Capacitância Térmica C_T. Ora, quanto menor R_T, menor será o valor final da temperatura com excitação contínua ($P_{av} \cdot R_T$). No entanto, quando a excitação é pulsada há um efeito de empilhamento da temperatura (*temperature stacking* - cada novo ciclo se inicia com um efeito residual cumulativo do ciclo anterior) e a temperatura acaba crescendo lentamente com o passar dos diversos ciclos. Assim, a razão das temperaturas, $\frac{\theta_{MAXPULS}}{\theta_{MAXCONT}}$, acaba aumentando, mesmo quando R_T diminui.

De posse desses resultados, poderíamos substituir o circuito elétrico que chega ao squib por um modelo equivalente a uma antena com perdas e, retrocedendo-se ainda mais na direção do radar, calcular a distância a partir da qual essa fonte de radiação eletromagnética pulsada (conhecidos *DC*, P_w, *T e* P_p) seria capaz de causar efeitos indesejáveis no EE. No entanto deixaremos a continuação desse assunto para um outro artigo.

II. Observações Finais

As equações diferenciais que regem fenômenos aparentemente bastante distintos são as mesmas. Logo, a compreensão de um desses fenômenos implica o entendimento do outro, e vice-versa, justificando o uso facilitador das analogias.

A ignição de um EE pode ocorrer mais facilmente por excitação pulsada sempre que a constante de tempo térmica desse dispositivo for muito menor que a largura do pulso e do período da onda. Nesse caso, a temperatura do explosivo pode alcançar várias vezes o limite de ignição, desde que ocorra um casamento dos parâmetros do trem de pulsos com aqueles do EE. Isso explica a eficiência de acionadores do tipo *descarga capacitiva* (os preferidos nos projetos de espoletas eletrônicas).

Para a operação segura dos dispositivos estudados nesse artigo, qualquer que seja a forma de onda do sinal de excitação, o produto $R_T C_T$ (constante de tempo do circuito térmico) do EE deve ser, ou pela escolha adequada do squib ou artificialmente aumentada, da ordem de 5 vezes o período da onda.

A blindagem eletromagnética do ignitor não deve ser a única preocupação dos projetistas de espoletas.

Como subproduto, concluímos que a operação pulsada de semicondutores de alta potência (transistores e outros) é crítica.

REFERÊNCIAS

[1] Explosives and Pyrotechnics, *The Newsletter of Explosives, Pyrotechnics and Their Devices*, Volume 22, Number 2. Frankling Research Center: PA, February 1989, pp. 1-4.

[2] Wylie. C. Ray, *Advanced Engineering Mathematics*, 4th ed.. McGraw-Hill Kogakusha, Ltd: Tokyo, 1975, pp. 295-302.

ANEXOS

A. Cálculo do Rendimento (η)

η

		DC (P_w / T)							
		0,000316	0,001000	0,003160	0,010000	0,031600	0,100000	0,316000	0,500000
T/τ_{EE}	0,032	*016*	*1,016*	*1,016*	*1,016*	*1,016*	*1,014*	*1,011*	*1,008*
	0,100	*1,051*	*1,051*	*1,051*	*1,050*	*1,049*	*1,046*	*1,034*	*1,025*
	0,316	*1,166*	*1,166*	*1,1661*	*1,164*	*1,161*	*1,148*	*1,110*	*1,079*
	1,000	*1,582*	*1,581*	*1,579*	*1,574*	*1,557*	*1,505*	*1,356*	*1,245*
	3,160	*3,298*	*3,295*	*3,284*	*3,248*	*3,141*	*2,829*	*2,087*	*1,658*
	10,000	*9,985*	*9,951*	*9,844*	*9,517*	*8,574*	*6,321*	*3,030*	*1,987*
	31,600	*31,443*	*31,106*	*30,074*	*27,094*	*19,987*	*9,576*	*3,164*	*2,000*
	100,000	*98,437*	*95,163*	*85,741*	*63,212*	*30,303*	*10,000*	*3,165*	*2,000*

Tabela I – Rendimento (η) em Função do Duty-Cycle (*DC*) e da razão (T/τ_{EE})

B. Resolvendo a ED pelo Método da Transformada de Laplace (Função Forçante Pulsada)[2]

LAPLACE (DOMÍNIO S)	*LAPLACE^{-1} (DOMÍNIO DO TEMPO)*	*OBSERVAÇÕES*
$\theta = \dfrac{\theta_0}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}} + C_{EE}\cdot P_E \cdot \dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{1-e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}$	------	------
$\theta = \dfrac{\theta_0}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}} + C_{EE}\cdot P_E\cdot\tau_{EE}\cdot$ $\cdot\left(\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{1-e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}} - \dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{1}{1-e^{-sT}} + \dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}\right)$	------	Desprezar primeira parcela do segundo membro. Pois corresponde a uma exponencial que tende rapidamente a zero, se τ_{EE} é muito menor que P_W.
$\theta = C_{EE}\cdot P_E\cdot\tau_{EE}\cdot\left(\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{1-e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}} - \dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{1}{1-e^{-sT}} + \dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}\right)$	------	------
$\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{1-e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}$	$1(t)-1(t-P_W)+1(t-T)+$ $-1(t-T-P_W)+$ $+1(t-2T)-1(t-2T-P_W)+\ldots$	$1(t)$ é a função degrau unitário na origem do eixo dos tempos. Este termo é proporcional à função forçante.
$-\dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{1}{1-e^{-sT}} = -\left(\dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}+\dfrac{e^{-sT}}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}+\dfrac{e^{-s2T}}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}+\dfrac{e^{-s3T}}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}+\cdots\right)$	$-\begin{bmatrix} e^{-at}\cdot 1(t)+e^{-a(t-T)}\cdot 1(t-T)+ \\ +e^{-a(t-2T)}\cdot 1(t-2T)+ \\ +e^{-a(t-3T)}\cdot 1(t-3T)+\ldots \end{bmatrix}$	$a=\dfrac{1}{\tau_{EE}}$
$\dfrac{1}{s+\dfrac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\dfrac{e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}$	$-\begin{bmatrix} e^{-a(t-P_W)}\cdot 1(t-P_W)+ \\ +e^{-a(t-T-P_W)}\cdot 1(t-T-P_W)+ \\ +e^{-a(t-2T-P_W)}\cdot 1(t-2T-P_W)+ \\ +e^{-a(t-3T-P_W)}\cdot 1(t-3T-P_W)+ \\ +\ldots \end{bmatrix}$	Igual aos termos da linha anterior, mas com sinal trocado e deslocado, no tempo, de P_W.

LAPLACE (DOMÍNIO S)	*LAPLACE^{-1} (DOMÍNIO DO TEMPO)* $nT \le t \le nT + P_W$	*OBSERVAÇÕES*
$\frac{1}{s}\cdot\frac{1-e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}$	1	------
$-\frac{1}{s+\frac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\frac{1}{1-e^{-sT}}=$ $=-\left(\frac{1}{s+\frac{1}{\tau_{EE}}}+\frac{e^{-sT}}{s+\frac{1}{\tau_{EE}}}+\frac{e^{-s2T}}{s+\frac{1}{\tau_{EE}}}+\frac{e^{-s3T}}{s+\frac{1}{\tau_{EE}}}+\cdots\right)$	$-\left[\begin{array}{l} e^{-at}\cdot 1(t)+e^{-a(t-T)}\cdot 1(t-T)+ \\ +e^{-a(t-2T)}\cdot 1(t-2T)+ \\ +e^{-a(t-3T)}\cdot 1(t-3T)+\ldots+e^{-a(t-nT)}\cdot 1(t-nT) \end{array}\right]$ $=-\left[\begin{array}{l} e^{-at}+e^{-a(t-T)}+e^{-a(t-2T)}+e^{-a(t-3T)}+ \\ +\ldots+e^{-a(t-nT)} \end{array}\right]$ $=-\left[e^{-at}\cdot\frac{e^{a(n+1)T}-1}{e^{aT}-1}\right]$	Soma dos Termos da Série Geométrica de Razão e^{-aT}.
$\frac{1}{s+\frac{1}{\tau_{EE}}}\cdot\frac{e^{-sP_w}}{1-e^{-sT}}$	$e^{-a(t-P_W)}\cdot 1(t-P_W)+e^{-a(t-T-P_W)}\cdot 1(t-T-P_W)+$ $+e^{-a(t-2T-P_W)}\cdot 1(t-2T-P_W)+$ $+e^{-a(t-3T-P_W)}\cdot 1(t-3T-P_W)+\ldots$ $+e^{-a[t-(n-1)T-P_W]}\cdot 1(t-(n-1)T-P_W)$ $=e^{-a(t-P_W)}+e^{-a(t-T-P_W)}+e^{-a(t-2T-P_W)}+e^{-a(t-3T-P_W)}+$ $\ldots+e^{-a[t-(n-1)T-P_W]}$ $=e^{-a(t-P_W)}\cdot\frac{e^{a(n+1)T}-1}{e^{aT}-1}$	Soma dos Termos da Série Geométrica de Razão e^{-aT}.

SOMA DAS CONTRIBUIÇÕES PARCIAIS	
$1-\left[e^{-at}\cdot\frac{e^{a(n+1)T}-1}{e^{aT}-1}\right]+e^{-a(t-P_W)}\cdot\frac{e^{a(n+1)T}-1}{e^{aT}-1}$ $=1-\frac{e^{-a[t-(n+1)T]}-e^{-aT}\cdot e^{-a[t-(n+1)T-P_w]}}{e^{aT}-1}-\frac{e^{-a(t-P_w)}-e^{-at}}{e^{aT}-1}$	Mudando-se a variável para $t' = t-(n+1)T$ $-T \le t' \le -T+P_W$
$1-\frac{e^{-at'}-e^{-aT}\cdot e^{-a(t'-P_W)}}{e^{aT}-1}-\frac{e^{-a(t-P_w)}-e^{-at}}{e^{aT}-1}$	$-T \le t' \le -T+P_W$
ONDE	
$-\frac{e^{-at'}-e^{-aT}\cdot e^{-a(t'-P_W)}}{e^{aT}-1}$	Independe do intervalo e, portanto, de n. Conseqüentemente, repete-se a cada período.
$-\frac{e^{-a(t-P_w)}-e^{-at}}{e^{aT}-1}$	Parcela sempre menor que zero (tende a zero por valores negativos). Estende-se ao longo de todos os intervalos. "Puxa" a temperatura para baixo, em relação à temperatura no estado estacionário. Se $a=\frac{1}{\tau_{EE}}$ é grande (τ_{EE} é pequeno – a resposta térmica do EE é rápida), este termo extingue-se rapidamente (termo transiente).
$1-\frac{e^{-at'}-e^{-aT}\cdot e^{-a(t'-P_W)}}{e^{aT}-1}$	Termo remanescente.