

Equalização Autodidata Distribuída de Canais de Comunicação

Claudio José Bordin Jr. e Marcelo G. S. Bruno

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos - SP, CEP 12228-900.

Resumo—Propõe-se neste trabalho um novo algoritmo para a equalização autodidata de canais de comunicação capaz de operar de forma distribuída. O método proposto aproveita descentralizadamente o sinal recebido por múltiplos receptores, obtendo estimativas aproximadamente ótimas (MAP), que minimizam a taxa esperada de erros. O algoritmo descrito não necessita da transmissão de seqüências conhecidas ou de remeter dados para um centro de processamento, o que lhe torna útil para a interceptação de comunicações de partes não-cooperativas. Através de simulações numéricas, verificou-se que o método proposto leva a resultados que superam o de receptores baseados no mesmo princípio operando isoladamente.

Palavras-Chave—Comunicações Digitais, Equalização Autodidata, Estimação Distribuída.

I. INTRODUÇÃO

A maioria dos sistemas práticos de comunicação digital sem fio (celulares, TV digital) não atinge desempenhos satisfatórios caso as distorções introduzidas pelo canal de propagação não sejam combatidas. O método mais usualmente empregado para este fim é a *equalização* [1] do canal de transmissão, geralmente realizada através de algoritmos consagrados (LMS, RLS [1]), que necessitam da transmissão de seqüências previamente conhecidas pelo receptor (*seqüências de treinamento*) para sua operação.

Infelizmente, esta solução necessita de que o receptor conheça exatamente as seqüências de treinamento e os seus instantes de transmissão, informações possivelmente indisponíveis numa situação em que se busque interceptar comunicações de terceiros. Métodos de equalização autodidata (*blind equalization* [2]) permitem contornar estas limitações, possibilitando que se mitiguem as distorções introduzidas pelos canais de comunicação sem a necessidade de que se conheçam trechos do sinal transmitido, sendo assim importantes para o projeto de receptores não-cooperativos.

Em décadas de pesquisa após o trabalho pioneiro de Sato [3], desenvolveu-se uma extensa gama de algoritmos para equalização autodidata, na sua maioria afetados por limitações sérias de desempenho. Recentemente, no entanto, o contínuo avanço das plataformas computacionais possibilitou o uso de métodos numéricos de inferência Bayesiana (filtros de partículas [4]) na solução do problema da equalização autodidata [5], permitindo resolvê-lo de forma ótima segundo o critério MAP [6], que minimiza a taxa esperada de erros de recepção, objetivo último dos sistemas de comunicação.

Neste trabalho, propomos uma extensão do método de [5] para múltiplos receptores, formando um sistema de recepção distribuído. No sistema proposto, cada receptor é capaz de obter uma estimativa do sinal transmitido e de se comunicar com os demais receptores, trocando informações (através de um canal de comunicação secundário) que permitem refinar suas estimativas. Métodos como o proposto têm despertado bastante interesse recentemente devido às suas possíveis aplicações militares e civis, tais como em redes de sensores [7] e redes de comunicação *ad hoc* [8], que se distinguem por operarem descentralizadamente, o que as torna resistentes a ações de sabotagem.

O conteúdo a seguir está organizado da seguinte forma: na Sec. II o problema tratado é formulado, sendo a solução proposta descrita na Sec. III. O desempenho do método proposto é então avaliado através de simulações numéricas (Sec. IV), sendo as conclusões deixadas para a Sec. V.

II. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere um sistema de comunicação digital com um único transmissor e $R \in \mathbb{N}^+$ receptores. O transmissor gera símbolos BPSK $x_n \in \{\pm 1\}$, $n \geq 0$, obtidos codificandose diferencialmente [9] a mensagem binária transmitida $b_n \in \{0, 1\}$, i.e., determinando x_n através da relação

$$x_n = (-1)^{b_n} x_{n-1}, \quad (1)$$

com $x_{-1} \triangleq 1$. Sob as hipóteses de que os receptores sejam perfeitamente sincronizados, de que os canais de transmissão sejam invariantes no tempo e tenham resposta ao impulso de duração finita, a seqüência $y_{r,n}$, $n \geq 0$, de amostras obtidas à taxa de símbolo do sinal recebido em banda base pelo r -ésimo receptor pode ser modelada como

$$y_{r,n} = \sum_{l=1}^L x_{n-l+1} h_{r,l} + v_{r,n}, \quad (2)$$

onde $h_{r,l}$ denota os termos da resposta ao impulso do canal de comunicação entre o transmissor e o r -ésimo receptor, L a ordem (número de termos não-nulos) dessa resposta e $v_{r,n}$ representa a contribuição do ruído aditivo, admitido um processo Gaussiano branco, real, com média nula e variância σ^2 conhecida.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um algoritmo autodidata distribuído ótimo no sentido MAP para a estimação da mensagem transmitida dadas as observações de todos os receptores. Desta forma, deseja-se que o r -ésimo receptor determine, independentemente dos demais, estimativas MAP

de b_n dadas observações $y_{r,0:n} \triangleq \{y_{r,0}, \dots, y_{r,n}\}$, ou seja, calcule

$$\hat{b}_{r,n} = \arg \max_B p(b_n = B | y_{r,0:n}). \quad (3)$$

Deseja-se igualmente que cada um dos receptores forneça informações aos demais de modo a permitir o cálculo descentralizado da estimativa ótima global

$$\hat{b}_n = \arg \max_B p(b_n = B | y_{1:R,0:n}), \quad (4)$$

onde $y_{1:R,0:n} \triangleq \{y_{1,0:n}, \dots, y_{R,0:n}\}$. Nas seções a seguir descreve-se um algoritmo baseado em filtros de partículas [4] que aproxima a densidades *a posteriori* necessárias para o cálculo de (3)-(4). Antes de prosseguir, no entanto, é conveniente reescrever (2) na seguinte forma matricial

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{F}\mathbf{x}_{n-1} + [x_n \ 0 \dots 0]^T \quad (5)$$

$$y_{r,n} = \mathbf{h}_r^T \mathbf{x}_n + v_{r,n} \quad (6)$$

onde $\mathbf{h}_r \triangleq [h_{r,1} \dots h_{r,L}]^T \in \mathbb{R}^L$, $\mathbf{x}_n \triangleq [x_n \dots x_{n-L+1}]^T \in \mathbb{R}^L$ e $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{L \times L}$ é uma matriz de deslocamento, ou seja, uma matriz com todos os elementos nulos exceto os de sua primeira diagonal inferior, cujas entradas são unitárias.

Para possibilitar o cálculo das densidades *a posteriori* (3)-(4), faz-se também necessário atribuir distribuições *a priori* para as variáveis desconhecidas do modelo. Desta forma, admitiu-se que os termos da resposta ao impulso $h_{r,l}$, $1 \leq r \leq R$, $1 \leq l \leq L$, possuem distribuições *a priori* Gaussianas independentes, de média nula e variância ϵ^2 , e que a mensagem transmitida b_n é um processo de variáveis independentes e identicamente distribuídas (i.i.d), o que implica que x_n tenha a mesma característica.

III. SOLUÇÃO PROPOSTA

A. Representação Gráfica

Uma ferramenta bastante útil para o estudo de problemas de inferência complexos são as redes Bayesianas [10]. Na Fig. 1, um exemplo de rede Bayesiana é mostrado, no qual se representa graficamente a densidade de probabilidade conjunta $p(A, B, C, D)$.

Numa rede Bayesiana, cada nó representa uma variável aleatória (v.a). Os vértices orientados partem de nós *filhos* para nós *pais*, observando a propriedade de que uma v.a representada por um nó deve ser independente das demais, dadas as v.a's representadas pelos pais daquele nó. Assim, o grafo da Fig. 1 implica na fatoração

$$p(A, B, C, D) = p(D|C)p(C|A, B)p(A)p(B). \quad (7)$$

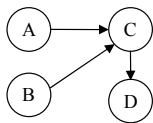


Fig. 1. Exemplo de rede Bayesiana.

Uma das vantagens da representação de problemas de inferência através de redes Bayesianas é permitir a aplicação de uma extensa gama de métodos de estimação desenvolvidos

para modelos gráficos, como o algoritmo de propagação de probabilidades (*belief*) de Pearl [10], que permite calcular de forma exata as densidades *a posteriori* das v.a's representadas, desde que o grafo tratado não tenha ciclos. Conforme mostra-se a seguir, o problema descrito na Sec. II encaixa-se nesta categoria.

Introduzindo por conveniência a notação $\mathbf{x}_{r,0:n}$ e $b_{r,0:n}$, respectivamente para as seqüências de estados (5) e de bits no r -ésimo receptor, esta última por definição idêntica a $b_{0:n}$, o problema de inferência em questão pode ser representado pelo grafo da Fig. 2. Na construção deste grafo, exploraram-se os fatos de que i) $y_{r,0:n}$ é independente das demais variáveis dados \mathbf{h}_r e $\mathbf{x}_{r,0:n}$, o que é garantido por (6), e de que ii) $\mathbf{x}_{r,0:n}$, $b_{r,0:n}$ e $b_{0:n}$ são única e deterministicamente relacionados por (2) e (5).

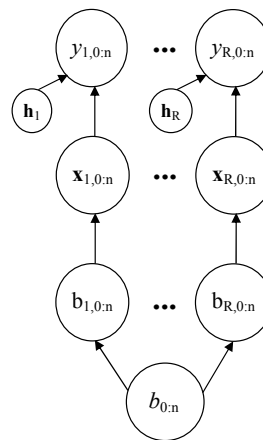


Fig. 2. Representação gráfico utilizando redes Bayesianas do problema de inferência em questão.

Aplicando-se o algoritmo de propagação de probabilidades de Pearl ao modelo da Fig. 2, obtém-se após uma longa manipulação algébrica que a densidade *a posteriori* dos bits transmitidos dadas as observações de um determinado subconjunto $\mathcal{R} \subseteq \{1, \dots, R\}$ dos receptores é dada por

$$p(b_{0:n} | y_{\mathcal{R},0:n}) \propto p(b_{0:n}) \prod_{r \in \mathcal{R}} p(y_{r,0:n} | b_{0:n}). \quad (8)$$

De (8), verifica-se que a distribuição *a posteriori* desejada pode ser obtida como o produto da distribuição *a priori* dos bits transmitidos pelas verossimilhanças estimadas em cada receptor. Como consequência da hipótese de que $b_{0:n}$ é uma seqüência i.i.d, resulta que o primeiro termo $p(b_{0:n}) = 2^{-(n+1)}$. As verossimilhanças $p(y_{r,0:n} | b_{0:n})$, por sua vez, podem ser estimadas de acordo com o método descrito no apêndice.

B. Algoritmo Distribuído

O objetivo deste trabalho é desenvolver um algoritmo de equalização distribuído, i.e., no qual cada um dos R receptores possa obter estimativas independentemente, refinando-as na medida em que dados recebidos por outros receptores forem incorporados através de um canal de comunicação auxiliar.

Para este fim, observe inicialmente que, como consequência de (8) e (13), vale a aproximação

$$p(b_n = B | y_{r,0:n}) \propto p(y_{r,0:n} | b_{0:n-1}, b_n = B) \approx \frac{\sum_{p=1}^P w_n^{(p)} \mathcal{I}\{b_n^{(p)} = B\}}{\sum_{p=1}^P w_n^{(p)}}, \quad (9)$$

que permite determinar a estimativa ótima de b_n isoladamente pelo r -ésimo receptor através de (3), onde $B = \{0, 1\}$, $w_n^{(p)}$ são os pesos das partículas $b_n^{(p)}$ determinadas pelo r -ésimo receptor e $\mathcal{I}\{\cdot\}$ denota a função indicador (vide apêndice).

Por outro lado, caso haja comunicação entre receptores, uma consequência de (8) e (9) é que a densidade *a posteriori* de b_n dado o sinal observado por um subconjunto \mathcal{R} de receptores pode ser aproximada por

$$p(b_n = B | y_{\mathcal{R},0:n}) \propto \prod_{r \in \mathcal{R}} p(b_n = B | y_{r,0:n}), \quad (10)$$

o que permite calcular a estimativa MAP através de (4).

O resultado de (10) permite estimar b_n de forma distribuída, como ilustrado na Fig. 3. O que se propõe, basicamente, é que o r -ésimo receptor calcule $p(b_n = 0 | y_{r,0:n})$, transmitindo esta grandeza (um número real positivo) para os demais. Isto permite que se determinem estimativas isoladas (9) ou conjuntas (10) de b_n , uma vez que $p(b_n = 1 | y_{r,0:n}) = 1 - p(b_n = 0 | y_{r,0:n})$.

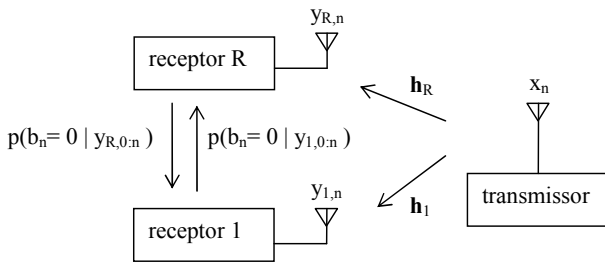


Fig. 3. Estrutura do método de recepção proposto.

Observe que o método da Fig. 3 não necessita de uma estrutura central de processamento de dados, passível de ser destruída. Outra vantagem do método proposto é permitir que os diversos receptores possam operar isoladamente ou em contato com apenas um subconjunto dos demais receptores.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Avaliou-se o desempenho do método proposto através de simulações numéricas, nas quais mediram-se as taxas médias de erro de bit (BER) obtidas ao longo de 200 realizações independentes em função da relação sinal-ruído (SNR). Em cada realização, transmitiu-se uma seqüência distinta de 300 bits, descartando-se os 100 primeiros bits de modo a permitir a convergência dos algoritmos de equalização. Os filtros de partículas utilizaram $P = 300$ partículas e reamostragem residual [11] a cada iteração.

O sistema de comunicação simulado conta com 2 receptores. Os canais de transmissão \mathbf{h}_r , $r = \{1, 2\}$, entre o transmissor e o r -ésimo receptor possuem $L = 3$ coeficientes, e são obtidos amostrando-se independentemente, em cada realização

e para cada receptor, de uma densidade Gaussiana $\mathcal{N}(\mathbf{0}; \mathbf{I})$. Cada vetor assim obtido é então normalizado de forma que $\|\mathbf{h}_r\| = 1$, e o valor de σ^2 escolhido para que a SNR, dada pela expressão

$$\text{SNR} = \|\mathbf{h}_i\|^2 / \sigma^2, \quad (11)$$

assuma o valor desejado.

Os resultados obtidos são mostrados na Fig. 4. Para efeitos de comparação, mostra-se na mesma figura a média dos resultados gerados pelo equalizador ótimo MAP treinado (\square) baseado no algoritmo BCJR [12], operando isoladamente em cada um dos receptores.

Como se pode observar, a operação dos receptores em conjunto leva a desempenhos superiores ao obtido em operação isolada, caso em que o método proposto é equivalente ao algoritmo descrito em [5]. Observe ainda que o desempenho do método proposto se aproxima do ótimo para SNR's de até 4 dB, sofrendo uma degradação para níveis inferiores de ruído. Este fato é verificado para a maioria dos métodos de estimação baseados em filtros de partículas [5], podendo ser contornado através do aumentando do número P de partículas, o que eleva porém o esforço computacional necessário.

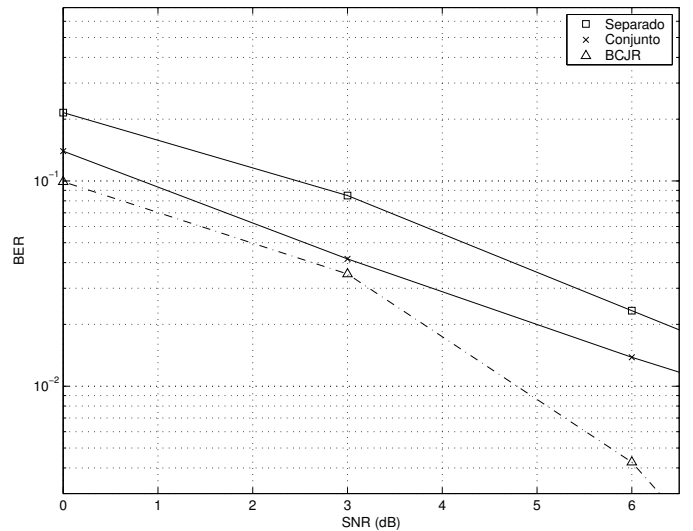


Fig. 4. Taxa média de erro de bit (BER) estimada ao longo de 200 realizações independentes, para os equalizadores operando isoladamente (\square) e conjuntamente (\times) de acordo com o método proposto, comparados com o desempenho ótimo (\triangle) oferecido pelo algoritmo BCJR.

V. CONCLUSÕES

Apresentou-se neste artigo um novo algoritmo autodidata para equalização de canais de comunicação baseado em filtros de partículas capaz de operar de forma distribuída. O algoritmo proposto permite que cada um dos receptores opere isoladamente, obtendo estimativas preliminares da informação interceptada com complexidade computacional e desempenho reduzidos, refinando estas estimativas caso haja comunicação com os demais receptores. A estrutura do método proposto prescinde de qualquer tratamento centralizado de informações, não exibindo assim um ponto único cuja falha impeça o funcionamento do sistema de comunicação.

Através de simulações numéricas, verificou-se que o método proposto tem um desempenho próximo do máximo teórico, e que a operação conjunta de dois ou mais receptores leva a um ganho substancial de desempenho, o que permite que se obtenha uma qualidade de recepção superior para um mesmo nível de ruído.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Haykin, *Adaptive filter theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [2] Z. Ding and Y. Li, Eds., *Blind equalization and identification*. CRC Press, 2001.
- [3] Y. Sato, "A method for self-recovering equalization for multilevel amplitude modulation system," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 23, pp. 679–682, 1975.
- [4] A. Doucet, N. J. Gordon, and V. Krishnamurthy, "Particle filters for state estimation of jump markov linear systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 3, pp. 613–624, 2001.
- [5] J. S. Liu and R. Chen, "Blind deconvolution via sequential imputations," *J. of the American Statistical Association*, vol. 90, no. 430, pp. 567–576, 1995.
- [6] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. John Wiley and Sons, 2004.
- [7] Special Issue on Distributed Signal Processing on Sensor Networks, *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 23, no. 4, pp. 16–118, 2006.
- [8] Special Issue on Ad Hoc Networks, *IEEE Commun. Mag.*, vol. 45, no. 4, pp. 68–110, 2007.
- [9] J. G. Proakis and M. Salehi, *Communication systems engineering*. Prentice Hall, 1994.
- [10] J. Pearl, *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*. Morgan Kaufmann, 1999.
- [11] A. Doucet, J. de Freitas, and N. Gordon, Eds., *Sequential Monte-Carlo methods in practice*. Springer, 2000.
- [12] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 20, no. 2, pp. 284–287, 1974.
- [13] A. Doucet, S. Godsill, and C. Andrieu, "On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering," *Statistics and Computing*, vol. 10, pp. 197–208, 2000.
- [14] P. M. Djurić, J. H. Kotecha, J. Zhang, Y. Huang, T. Ghirmai, M. F. Bugallo, and J. Míguez, "Particle filtering," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 20, no. 5, pp. 19–38, 2003.
- [15] T. Clapp, "Statistical methods for the processing of communication data," Ph.D. dissertation, University of Cambridge, Reino Unido, 2000.
- [16] E. Punsikaya, "Sequential Monte Carlo methods for digital communications," Ph.D. dissertation, University of Cambridge, Reino Unido, 2003.
- [17] C. J. Bordin Jr., "Métodos estatísticos para equalização de canais de comunicação," Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006, Disponível na internet em <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3142/tde-22042007-205845/>.

APÊNDICE

Descreve-se neste apêndice um método original baseado em filtros de partículas [11] para a determinação de $p(y_{r,0:n}|b_{0:n})$, necessária para o cálculo de (8). Para isto, define-se inicialmente a distribuição

$$\phi(b_{0:n}|y_{r,0:n}) \propto p(y_{r,0:n}|b_{0:n}). \quad (12)$$

Pelo princípio da amostragem por importância [11], $\phi(b_{0:n}|y_{r,0:n})$ pode ser aproximada como

$$\phi(b_{0:n}|y_{r,0:n}) \approx \frac{\sum_{p=1}^P w_n^{(p)} \mathcal{I}\{b_{0:n} = b_{0:n}^{(p)}\}}{\sum_{p=1}^P w_n^{(p)}}, \quad (13)$$

onde $\mathcal{I}\{A\}$ denota a função indicador do evento A , que vale 1 se A for um evento verdadeiro e 0 no caso contrário, P é o número de partículas, $b_{0:n}^{(p)}$ são as partículas, amostras aleatórias da função de importância $\pi(b_{0:n}|y_{r,0:n})$, e $w_n^{(p)} \triangleq \phi(b_{0:n}|y_{r,0:n})/\pi(b_{0:n}|y_{r,0:n})$.

Para que a aproximação de (13) possa ser determinada de forma recursiva, necessita-se i) obter amostras da função de importância e ii) determinar os pesos, de forma recursiva. O primeiro requisito pode ser facilmente atendido definindo-se a função de importância [11] como o produto de suas densidades marginais, i.e.,

$$\pi(b_{0:n}|y_{r,0:n}) \triangleq \pi(b_{0:n-1}|y_{r,0:n-1})\pi(b_n|b_{0:n-1}, y_{r,0:n}), \quad (14)$$

o que permite que $b_{0:n}^{(p)}$ seja obtida sequencialmente, amostrando-se

$$b_m^{(p)} \sim \pi(b_m|b_{0:m-1}^{(p)}, y_{r,0:n}), \quad (15)$$

para $0 \leq m \leq n$. Para atender o segundo requisito, observe agora que como uma consequência da lei de Bayes, tem-se que

$$p(y_{r,0:n}|b_{0:n}) = p(y_{r,0:n-1}|b_{0:n-1})p(y_{r,n}|b_{0:n}, y_{r,0:n-1}) \\ p(b_n|b_{0:n-1}, y_{r,0:n-1})/p(b_n|b_{0:n-1}). \quad (16)$$

Explorando relações de independência condicional induzidas pelo modelo de sinal (5)-(6) e o fato de que $p(b_n) \triangleq 1/2$, $b_n \in \{0, 1\}$, (16) implica que

$$\phi(b_{0:n}|y_{r,0:n}) \propto \phi(b_{0:n-1}|y_{r,0:n-1})p(y_{r,n}|b_{0:n}, y_{r,0:n-1}). \quad (17)$$

Adotando-se a função de importância ótima [13]

$$\pi(b_n|b_{0:n-1}, y_{r,0:n}) \\ \triangleq p(b_n|b_{0:n-1}, y_{r,0:n}) \\ = \frac{p(y_{r,n}|b_{0:n}, y_{r,0:n-1})}{\sum_{b_n=0,1} p(y_{r,n}|b_{0:n}, y_{r,0:n-1})}, \quad (18)$$

obtem-se então que

$$w_n^{(p)} \propto w_{n-1}^{(p)} \sum_{b_n=0,1} p(y_{r,n}|b_{0:n}^{(p)}, y_{r,0:n-1}). \quad (19)$$

Mostra-se [5] que

$$p(y_{r,n}|b_{0:n}^{(p)}, y_{r,0:n-1}) = \\ \mathcal{N}(\mathbf{x}_n^{(p)T} \hat{\mathbf{h}}_{r,n-1}^{(p)}; \mathbf{x}_n^{(p)T} \Sigma_{n-1}^{(p)} \mathbf{x}_n^{(p)} + \sigma^2), \quad (20)$$

onde $\mathcal{N}(\mu; \rho^2)$ denota uma distribuição de probabilidades Gaussiana de média μ e variância ρ^2 , $\mathbf{x}_n^{(p)}$ denota a seqüência de estados correspondente à seqüência de bits $b_{0:n}^{(p)}$, calculada através de (2) e (5), e $\hat{\mathbf{h}}_{r,n-1}^{(p)}$ e $\Sigma_{n-1}^{(p)}$ são estatísticas suficientes calculadas recursivamente através das equações (filtro de Kalman [1])

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{r,n}^{(p)} &= \hat{\mathbf{h}}_{r,n-1}^{(p)} + \frac{\Sigma_{n-1}^{(p)} \mathbf{x}_n^{(p)} (y_{r,n} - \mathbf{x}_n^{(p)T} \hat{\mathbf{h}}_{r,n-1}^{(p)})}{\mathbf{x}_n^{(p)T} \Sigma_{n-1}^{(p)} \mathbf{x}_n^{(p)} + \sigma^2}, \\ \Sigma_n^{(p)} &= \Sigma_{n-1}^{(p)} - \frac{\Sigma_{n-1}^{(p)} \mathbf{x}_n^{(p)} \mathbf{x}_n^{(p)T} \Sigma_{n-1}^{(p)}}{\mathbf{x}_n^{(p)T} \Sigma_{n-1}^{(p)} \mathbf{x}_n^{(p)} + \sigma^2}, \end{cases} \quad (21)$$

iniciadas com $\hat{\mathbf{h}}_{r,-1} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}; \mathbf{I}\epsilon^2)$ e $\Sigma_{-1}^{(p)} = \mathbf{I}\epsilon^2$, onde ϵ^2 é a variância *a priori* suposta para os parâmetros \mathbf{h}_r .

Mais detalhes sobre a implementação de algoritmos baseados em filtros de partículas para aplicações em sistemas de comunicações digitais podem ser encontrados em [14], [15], [16] e [17].