

# Aplicação de *wavelets* para processamento de sinais em sistemas inerciais

Shibuya, L. H\*; Carvalho, R. T\*\*; Saotome, O\*

\* ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Praça Marechal Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias, CEP 12.228-900 - São José dos Campos – SP – Brasil  
\*\* IEAv – Instituto de Estudos Avançados – Rodovia dos Tamoios, km 5,5 – Putim, Cep - 12.228-001- São Jose dos Campos – SP – Brasil

**Resumo** — Apresenta-se neste trabalho os resultados do processamento de sinais de um sensor interferométrico baseado na técnica de *wavelets* para demodular sinais de saída de sensores interferométricos em geral, quando estes utilizam modulação de fase óptica. O uso das *wavelets* é comparado às técnicas tradicionais, como processamento analógico em *open-loop* e com a FFT. Ensaios experimentais foram comparados aos resultados previstos por simulação. O resultado deste estudo descreve as vantagens do uso do processamento com *wavelets* assim como as limitações deste método. Implicações para uso em girômetros a fibra óptica também são apresentadas.

**Palavras-chaves** — *Wavelets*, Giroscópio a Fibra Óptica, Processamento Digital de Sinais.

## I. INTRODUÇÃO

A análise de *wavelets* vem se tornando uma ferramenta eficaz para analisar variações localizadas no tempo, para redução de ruído e compactação de imagens [1][2], porém ainda é pouco explorada para detecção de padrões em sensores que necessitam de demodulação de sinal, em particular sensores de navegação. *Wavelets* são padrões de onda, com propriedades que as tornam adequadas para servirem de base na decomposição de outras funções, assim como senos e cossenos servem de base para a decomposição de Fourier. Apresentam, no entanto, a vantagem de precisarem de apenas poucos coeficientes para análise da variação temporal de um sinal.

Em particular, tal técnica foi aqui aplicada para determinação precisa da composição espectral do sinal de um girômetro a fibra óptica (GFO), através do conteúdo de suas harmônicas. Em um bloco girométrico baseado no GFO, medem-se as velocidades angulares em três eixos ortogonais, definidos pelos planos das três bobinas sensoras de fibra óptica[3][7]. O GFO deve ser capaz de medir taxas de rotação muito baixas. Em um sistema com modulação de fase óptica, esta rotação é proporcional à amplitude das harmônicas ímpares do sinal do fotodetector, que possuem valores bem menores quando comparadas com as harmônicas pares. Deste modo, o problema passa a ser a medida de harmônicas de baixíssima amplitude na presença de outras com amplitude elevada, onde mesmo uma boa filtragem eletrônica impõe limites à melhor relação sinal-ruído permissível.

Na seção II deste artigo, descreve-se o GFO, e no capítulo subsequente o processamento do sinal por amplificador *lock-in*. Na seção IV descreve-se o processamento do sinal utilizando *wavelets*. A análise dos erros deste processamento é descrita na seção V. Nas seções VI e VII são apresentados os resultados de simulação e os resultados práticos do processamento *wavelet*. A seção VIII apresenta as conclusões do trabalho.

## II. GIRÔMETROS A FIBRA ÓPTICA

Um interferômetro mede a diferença de fase entre dois feixes de luz de mesmo comprimento de onda  $\lambda$ , guiados em um caminho fechado. O GFO é um interferômetro de Sagnac [3][4] usado para detectar a taxa de rotação à qual suas bobinas têm sido submetidas.

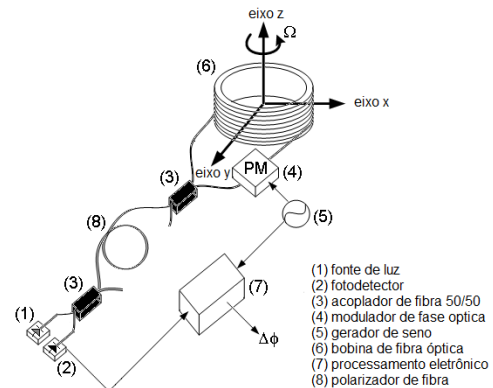


Fig. 1 – Interferômetro a fibra óptica usado com um sensor de velocidade angular aplicado em sistemas de navegação.

A fig.1 mostra o circuito óptico típico, onde a fonte de luz gera um feixe para o circuito a fibra óptica. A onda de luz trafega através dos acopladores a fibra óptica e é dividida pelo acoplador em duas ondas contra-propagantes que caminham pela bobina de fibra óptica. A interferência ocorre entre os feixes quando eles saem da bobina e são mixados novamente pelo mesmo acoplador de fibra. Um segundo acoplador de fibra direciona o sinal óptico de saída para um fotodetector. Devido ao efeito Sagnac, uma diferença de fase óptica  $\phi_S$  é induzida [5]. Ela é proporcional à taxa de rotação  $\Omega$  a que a bobina de fibra foi submetida, e é dada por:

$$\phi_S = \left( \frac{2\pi LD}{\lambda c_0} \right) \times \Omega = F_S \times \Omega \quad (1)$$

Aqui  $F_S$  é chamado de fator de escala do sensor. GFOs são usados para prover veículos com capacidade de navegação inercial. Uma bobina de fibra sente somente a velocidade angular em seu plano. Por isso, para um sistema completo, são necessárias 3 bobinas de fibra montadas ortogonalmente em um veículo, alinhados a 3 acelerômetros lineares posicionados ortogonalmente para obter uma unidade de navegação tipo *strap-down*. Conhecendo a posição inicial do veículo, a unidade pode continuamente determinar, por meio de integração, os ângulos entre o referencial do conjunto dos sensores (giros + acelerômetros), montado no veículo, e o referencial do Laboratório na Terra. Esses

ângulos são então usados para transformar os três eixos de aceleração linear medidos no referencial do veículo para o referencial do Laboratório, onde então a posição relativa do veículo no referencial da Terra pode ser calculada por uma integral dupla dos sinais de aceleração transformados [6][7]. Uma vez que o sinal do giro tenha sido integrado uma vez para fornecer ângulos, erros nos sinais de saída do giro causados por deriva (*bias drift*), flutuações no fator de escala e ruídos eletrônico/ópticos podem levar ao erro na estimação da posição, que pode aumentar na proporção de até  $t^3$ , onde  $t$  é o tempo de voo em que o algoritmo de navegação está ativo. Por isso, giros devem ser capazes de medir taxas de rotação bem pequenas com precisão, uma vez que seus erros podem conduzir a níveis de erro de posição não aceitáveis e crescentes no tempo.

### III – PROCESSAMENTO DO SINAL DO GFO

O processamento eletrônico de um GFO deve então ser capaz de medir  $\Omega$  com precisão, através da medida de valores bem pequenos de  $\phi_S$  (1). Para um sensor interferométrico, a potência no fotodetector é proporcional a  $\cos^2(\phi_S)$ , onde a diferença de fase  $\phi_S$  é o parâmetro afetado pela taxa de rotação que se espera monitorar. Para evitar problemas com ruído em torno de DC (“*1/f noise*”), e ambigüidade na detecção da fase, adiciona-se à fase induzida  $\phi_S$  uma modulação senoidal  $\Delta\theta_m \sin(\omega_m t)$ , através de um modulador de fase posicionado em uma das extremidades da bobina [3]. Fazendo isso, a tensão produzida no fotodetector do interferômetro passa a ser um sinal  $V(t)$  dado por:

$$V(t) = K \cos^2(\phi_S + \Delta\theta_m \sin(\omega_m t)) \quad (2)$$

ou, levando em conta harmônicas mais significativas,

$$V(t) \approx V_{1H} \sin(\omega_m t) + V_{2H} \cos(2\omega_m t) + V_{4H} \cos(4\omega_m t) \quad (3)$$

onde as amplitudes  $V_{1H}$ ,  $V_{2H}$  e  $V_{4H}$ , para os pequenos valores de  $\phi_S$  tipicamente medidos, são:

$$\begin{aligned} V_{1H} &= KJ_1(\theta_m) * \sin(\phi_S) \approx KJ_1(\theta_m) * \phi_S \\ V_{2H} &= KJ_2(\theta_m) \cos(\phi_S) \approx KJ_2(\theta_m) \\ V_{4H} &= KJ_4(\theta_m) \cos(\phi_S) \approx KJ_4(\theta_m) \end{aligned} \quad (4)$$

Em (2),  $K$  é o parâmetro resultante do produto do ganho eletrônico, potência do laser e parâmetros de sensibilidade do fotodetector que também acabam compondo o fator de escala  $F_S$  do sensor. Os termos em  $J$  são as funções de Bessel resultantes da expansão em série de Fourier de (2). As amplitudes das harmônicas ímpares são proporcionais a  $\sin(\phi_S)$ . A fase óptica  $\phi_S$  é então recuperada pela medida do conteúdo harmônico do sinal modulado detectado, como harmônicos de  $\omega_m$ . Assim, o interesse é medir com precisão a amplitude  $V_{1H}$ . Para baixas taxas de rotação, as harmônicas pares, proporcionais a  $\cos(\phi_S) \approx 1$ , tais como  $V_{2H}$  e  $V_{4H}$ , de maior amplitude, são úteis para normalizar as leituras de saída com relação à potência da luz e a flutuações do ganho eletrônico, uma vez que estas afetam todas as amplitudes dos harmônicos do mesmo modo. A fig. 2 é um exemplo de sinal do giro, em uma rotação bem alta, onde percebemos

majoritariamente a predominância da primeira e segunda harmônicas do sinal.

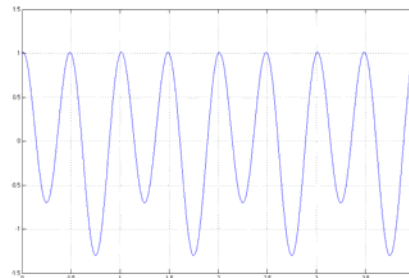


Fig. 2 - Exemplo do sinal do giro, com  $V_{1H} = 300\text{mV}$  e  $V_{2H} = 1\text{V}$

**A. Demodulação Analógica em malha Aberta:** Um método direto de processamento de sinal de um GFO é baseado em circuitos analógicos de detecção síncrona. Este método usa a detecção por um amplificador *lock-in* para extrair com precisão a diferença de fase óptica  $\phi_S$  [5]. A fig. 3 mostra o esquema de um demodulador deste tipo e o espectro de potência em cada um dos estágios. Aqui temos que a amplitude detectada é dada por

$$V_{in} = \frac{2V_{mixer}}{A_{osc}} \quad (5)$$

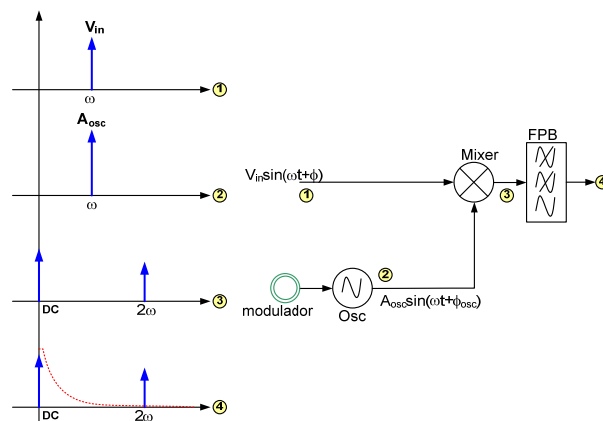


Fig. 3 - Demodulação por amplificador *lock-in*. Após a passagem pelo filtro, a amplitude  $V_{in}$  pode ser obtida sabendo-se a amplitude do oscilador local  $A_{osc}$ , desde que as fases entre as entradas sejam devidamente ajustadas.

Como a técnica do amplificador *lock-in* é equivalente a um filtro passa faixa, o processamento analógico é sensível ao ambiente de amplificação e aos estágios de filtros envolvidos. Por se tratar de uma medida baseada em filtros, é necessário que seja implementado um filtro para cada harmônico que se deseja medir, o que implica em um aumento físico do circuito. Outro problema neste tipo de demodulação se deve ao fato do oscilador local sempre ter distorções harmônicas, e o sinal de entrada apresenta uma segunda harmônica de amplitude elevada. Quando estes sinais passam pelo *mixer*, o batimento de frequências em  $2\omega_m$  faz surgir um termo DC decorrente da segunda harmônica. Esta fonte de erro não pode ser isolada, comprometendo a fidelidade do resultado esperado.

### IV. PROCESSAMENTO DE SINAL COM WAVELETS

Quando se fala em processamento digital de sinais, deve-se atentar para as diferenças entre as ferramentas existentes, neste caso processamento via *wavelets* versus processamento por FFT. Faz-se necessária uma descrição comparativa entre a transformada de Fourier e *wavelets*, apontando motivos

pelos quais se escolheu aqui o processamento *wavelet* como método de processamento de sinal do GFO. Deseja-se ressaltar o fato de que a *wavelet* projetada como um filtro passa-faixa apresenta banda de passagem única, em torno da frequência desejada, ao passo que filtros digitais convencionais têm periodicidade de seleção, ou seja, faixa de passagem em  $f_m, 2f_m, 3f_m, \dots, n*f_m$  simultaneamente (*comb filter*), o que não seria conveniente para o GFO tendo em vista a grande disparidade esperada entre  $V_{1H}$  e  $V_{2H}$ .

Simulações preliminares mostraram que para transformada de Fourier ser eficiente, o número de amostras N deve ser rigorosamente múltiplo da taxa de amostragem do sinal [8], caso contrário, o resultado da análise deixa de ser satisfatório devido ao espalhamento espectral, como mostram os dados da tabela 1. As simulações foram realizadas com uma taxa de amostragem de  $\frac{1}{64}$ s, amplitude de  $V_{1H} = 1V$  e  $V_{2H} = 1V$  e frequência  $f_m = 1Hz$ .

TABELA 1 – INFLUÊNCIA DA ESCOLHA DA QUANTIDADE DE AMOSTRAS NA PRECISÃO DA FFT COM RELAÇÃO À TAXA DE AMOSTRAGEM

| N    | Fourier  |          |                  |                  |
|------|----------|----------|------------------|------------------|
|      | $V_{1H}$ | $V_{2H}$ | (%)Erro $V_{1H}$ | (%)Erro $V_{2H}$ |
| 1000 | 0,7607   | 0,8863   | 23,93            | 11,37            |
| 1024 | 1,0000   | 1,0000   | 2,06E-11         | 4,09E-11         |
| 2000 | 0,896    | 0,641    | 10,4             | 35,9             |
| 2048 | 1,0000   | 1,0000   | 1,44E-10         | 2,89E-10         |

TABELA 2 – INFLUÊNCIA DA ESCOLHA DA QUANTIDADE DE AMOSTRAS NA PRECISÃO DA WAVELET COM RELAÇÃO À TAXA DE AMOSTRAGEM

| N    | Wavelet  |          |                  |                  |
|------|----------|----------|------------------|------------------|
|      | $V_{1H}$ | $V_{2H}$ | (%)Erro $V_{1H}$ | (%)Erro $V_{2H}$ |
| 1000 | 0,99998  | 1,0000   | 1,54E-04         | 4,5E-07          |
| 1024 | 0,99999  | 1,0000   | 3,9E-05          | 4,5E-07          |
| 2000 | 0,99999  | 1,0000   | 8,08E-07         | 4,5E-07          |
| 2048 | 0,99999  | 1,0000   | 8,08E-07         | 4,5E-07          |

Os dados das tabelas mostram que a transformada de *wavelets* é mais flexível no que diz respeito ao número de amostras necessárias para o processamento do sinal. Um desvio de aproximadamente 2% na quantidade de amostras N já compromete o resultado da FFT. A FFT é um método eficiente, porém em determinadas condições a *wavelet* se mostra mais precisa. Outro fator importante está relacionado com os aspectos dinâmicos do sinal. Estudos demonstram que *wavelets* são mais eficientes para detectar mudanças bruscas e intermitentes em um sinal [2][9].

O processamento de sinal via *wavelet* será usado para medir  $\phi_s$  continuamente a pequenos intervalos de tempo  $\Delta t$  determinados pelo processamento. O tempo de resposta do sensor a uma variação de rotação é o que determina sua largura de banda máxima. O intervalo  $\Delta t$  entre duas medidas de  $\Omega$  fornece a taxa de atualização e deve ser escolhido para atender a largura de banda desejada do sensor.

A *wavelet* de Morlet, fig.4, foi utilizada devido às suas características semelhantes ao sinal sob análise [10].

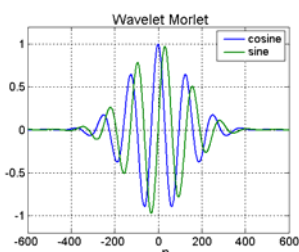


Fig. 4 - Wavelet de Morlet tipo cosseno e tipo seno

Os coeficientes da *wavelets* vêm de um conjunto de dados calculados a partir de uma função *wavelet* de Morlet normalizada. A *wavelet* Morlet seno e a Morlet cosseno, em função do número da amostras  $n$ , são mostradas abaixo:

$$\psi_c(f, n) = G_c \times e^{-\frac{(n-n_0)^2}{a}} \times \cos(2. \pi. f. n. \delta t) \quad (6)$$

$$\psi_s(f, n) = G_s \times e^{-\frac{(n-n_0)^2}{a}} \times \sin(2. \pi. f. n. \delta t) \quad (7)$$

onde  $\delta t$  é o período de amostragem durante a aquisição dos dados, e  $G_c$  e  $G_s$  são as constantes de normalização para fazer com que o produto interno da *wavelet* com ela mesma seja igual a 1. O número  $n_0$  é o deslocamento da *wavelet* em relação ao conjunto de dados para que a transformada seja aplicável a diferentes conjuntos,  $f$  é a frequência desejada, da qual a *wavelet* irá medir o conteúdo espectral e o parâmetro  $a$  determina a largura da gaussiana, o que em uma FFT corresponderia ao tipo de janela [12]. Para extrair a amplitude e a fase de um sinal digital  $s(n)$  com frequência  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ , foram aplicadas as transformadas:

$$A_c(f) = \sum_{n=-\frac{n_{max}}{2}}^{\frac{n_{max}}{2}} \psi_c(f, n) \times s(n) \quad (8)$$

$$A_s(f) = \sum_{n=-\frac{n_{max}}{2}}^{\frac{n_{max}}{2}} \psi_s(f, n) \times s(n) \quad (9)$$

A amplitude do sinal será dada por:

$$Amplitude = \sqrt{A_c^2 + A_s^2} \quad (10)$$

#### V. ANÁLISE DE ERROS

Para que o método proposto seja implementado computacionalmente, é necessário determinar qual tamanho mínimo da janela para que a integral da *wavelet* de Morlet cosseno atenda a condição de admissibilidade [10][11], que impõe que a integral da *wavelet* em todo domínio do tempo seja igual a zero. O não atendimento desta condição significa que a integral entre  $-\frac{n_{max}}{2}$  e  $\frac{n_{max}}{2}$  ainda é significativa. Calculou-se uma expressão matemática para determinar o efeito do janelamento,  $x = \frac{n_{max}}{2} * \delta t$  e  $-x = -\frac{n_{max}}{2} * \delta t$ , em relação à integral em todo domínio do tempo:

$$\frac{\int_{-x}^x e^{-\frac{(t)^2}{a}} \cdot \cos(2\pi f t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(t)^2}{a}} \cdot \cos(2\pi f t) dt} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot A^{2n+1}}{n! 2n+1} \cos((2n+1)\theta) \quad (11)$$

$\gamma(x, f)$

onde:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\pi f a}{x}\right) \quad (12) \quad e \quad A = \sqrt{\frac{x^2}{a} + \pi^2 f^2 a} \quad (13)$$

Verifica-se que a função  $\gamma(x, f)$  é um termo que quantifica o efeito do janelamento que se realiza na prática. A fig.5 mostra o comportamento da função  $\gamma(x, f)$ , para  $f = 1Hz$  e  $a$  varia de 0,5 a 1,2 em passos de 0,1. A partir de um determinado valor de  $x$ , verifica-se que a função  $\gamma(x, f)$  tende a 1 ( $x \approx 3$ ), independente de  $a$ , isto implica que na integral da *wavelet* janelada, para  $x \geq 3$ , o erro inserido pelo janelamento deixa de ser significativo. De modo equivalente,

para o processamento digital são necessários pelo menos três lóbulos de cada lado do centro  $n_0$  da *wavelet* na janela  $\Delta t$ .

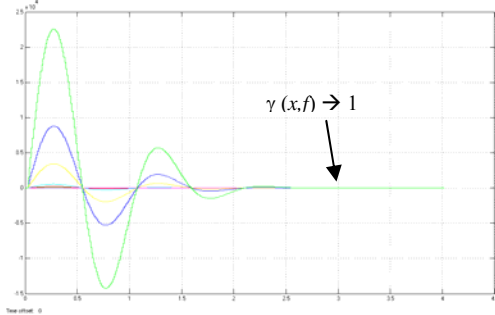


Fig. 5 - A função  $\gamma(x, f)$  relaciona o efeito do janelamento efetuado na integral da *wavelet* e o erro inserido. O resultado da função  $\gamma(x, f)$  cresce com o aumento de  $a$ , para condições em que  $x < 3\sqrt{a}$ .

A função  $\gamma(x, f)$  tem importância para valores do produto  $af^2$  pequenos, uma vez que para o produto de  $af^2$  grande, a integral da *wavelet* janelada é zero em termos práticos e o erro proveniente é desprezível, mesmo para janelas de processamento pequenas, lembrando que se deve respeitar o número mínimo de oscilações da *wavelet*. O tamanho da janela  $\Delta t$  determina os valores mínimo e máximo de  $a$ . Este parâmetro é muito importante: valores pequenos de  $a$  permitem maior precisão na leitura da amplitude, mas nestes casos há contribuições indesejadas de frequências próximas de  $f_m$  no cálculo da *wavelet*. Por outro lado, grandes valores de  $a$  aumentam significativamente a seletividade da *wavelet*, tornando-a muito mais efetiva em determinar o conteúdo espectral na frequência  $f_m$ . Entretanto, em decorrência do uso de um número finito de pontos, para valores grandes de  $a$  não existirão regiões onde a função *wavelet* caiu à zero. Aumentando-se o tempo de processamento  $\Delta t$ , reduzir-se-iam os efeitos indesejados, porém isto implica em redução da largura de banda percebida do sensor. O aumento de  $\Delta t$  implica também no aumento do número de pontos amostrados do sinal. Isto mostra que a seleção do parâmetro  $a$  estabelece o compromisso entre precisão e tempo de processamento sendo, por isso, um dos parâmetros que devem ser otimizados para o processamento eficiente da Transformada de *wavelet*. O intervalo de valores de  $a$  para os quais os erros ficam dentro de valores aceitáveis é dado por:

$$\frac{1}{\pi^2 f_m^2} \left[ \frac{SNR(dBV)}{20} \cdot \ln(10) + \ln\left(\frac{Q}{2^{(Nb) \cdot V_{1Hmin}}}\right) \right] \leq a \leq \left(\frac{x}{3}\right)^2 \quad (14)$$

Aqui  $\Delta t = n_{max} * \delta t$ , ou  $\Delta t = 2x$ , e representa o tempo de processamento da janela *wavelet*,  $f_m$  é a frequência do sinal,  $Nb$  é o número de bits empregado na conversão A/D do sinal,  $SNR(dBV)$  é a relação sinal ruído desejada e  $V_{1Hmin}$  é o valor mínimo da amplitude a ser lida. As constantes de normalização  $G_c$  e  $G_s$  são dadas respectivamente por:

$$G_c = \frac{G}{\sqrt{1+\beta^2(f)}} \quad (15) \quad e \quad G_s = \frac{G}{\sqrt{1-\beta^2(f)}} \quad (16),$$

e

$$G = 1,128379 * a^{-\frac{1}{4}} \quad (17)$$

A função  $\beta(f) = e^{-a\pi^2 f^2}$ , em (15) e (16) foi extraída da análise matemática de (6) e (7). Pode-se considerar que para grandes valores de  $f$  em relação ao valor de  $a$ ,  $\beta \rightarrow 0$ , conseqüentemente  $G_c \approx G_s \approx G$ . O valor  $MV_{1H}$  medido para a

amplitude real  $V_{1H}$ , após o processamento da *wavelet*, para um sinal contínuo no tempo é dado por:

$$MV_{1H} = V_{1H} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_{2H}}{V_{1H}}\right)^2 \beta^2(f) - 2\beta(f) \left(\frac{V_{2H}}{V_{1H}}\right) \sin\theta} \quad (18)$$

que é a equação teórica para determinar a amplitude do sinal de primeira harmônica, após o processamento do sinal. A fase  $\theta$  relaciona a defasagem entre a *wavelet* e o sinal. Agora, como  $\beta(f)$  é bastante pequeno, para as frequências de modulação usada, na faixa de dezenas de kHz, a influência de  $V_{2H}$  desaparece, pois o termo na raiz (18) é aproximadamente 1 para escolhas práticas do parâmetro  $a$ , mesmo quando  $V_{2H}$  seja da ordem de  $10^6$  vezes maior que  $V_{1H}$ . Assim pode-se afirmar que  $MV_{1H} = V_{1H}$ .

## VI. SIMULAÇÕES DO PROCESSAMENTO

Em aplicações típicas do giro,  $V_{1H}$  pode ser até da ordem de  $10^{-6}$  menor que  $V_{2H}$ . As maiores limitações para medir o menor valor de  $V_{1H}$ , tão logo medir  $\phi_s$ , são:

- O efeito da presença de um sinal  $V_{2H}$  e a uma frequência  $2f_m$  de amplitude muito maior, efeito esse que será chamado de separabilidade harmônica (HDC - *Harmonic Detection Crosstalk*);
- A quantidade de ruído de banda estreita, em torno da frequência  $f_m$ , que irá limitar a relação sinal/ruído (SNR *Signal to Noise Ratio*);
- O erro associado ao processo de quantização de ambos os sinais, sinal do GFO e da *wavelet*, e o erro associado pelo uso de um número finito de amostras do sinal, aqui chamado de erro de quantização (QE *Quantization Error*).

Ao se utilizar as *wavelets* como um filtro digital é necessário estabelecer sua largura de banda. Neste trabalho é definida como sendo o intervalo de frequências em que a amplitude do sinal permanece acima de 70,7% do valor de sua amplitude máxima. Se expresso em potência, esta largura de banda equivale a dizer que 50% da potência do sinal está concentrada dentro desta faixa. A fig. 6 mostra o erro associado à largura de banda dos filtros formados pela *wavelet* para diversos valores de  $a$ . O erro do simulador utilizado, SIMULINK® para cálculos de funções analíticas como senos, cossenos, exponenciais é da ordem de  $10^{-15}$  a  $10^{-16}$ .

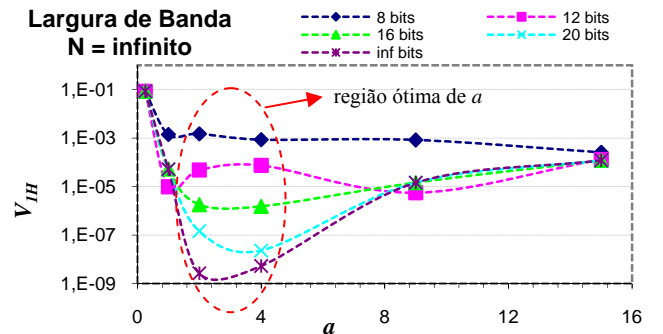


Fig. 6 - Resultado da simulação, considerando-se um sinal com infinitas amostras  $N$ ,  $V_{1H} = 0$  e  $V_{2H} = 1$ . Deve-se ressaltar que por se tratar de um método computacional, o número de amostras tomadas é obrigatoriamente finito, porém, foi tomado um número de amostras suficientes a passos de amostragem pequenos, tal que o sinal possa ser considerado contínuo.

Na fig. 6, a região tracejada corresponde à região ótima do parâmetro  $a$ , isto implica que os efeitos causados pela amostragem e janelamento podem ser considerados

desprezíveis. Os erros obtidos nas medidas da HDC, SNR e QE, mostradas nas Tabelas 3 a 5, a seguir são analisados com relação ao erro em % do valor medido após o processamento *wavelet* e o valor teórico de  $V_{1H}$ . Os resultados da Tabela 3 são relacionados ao HDC para uma relação  $\frac{V_{1H}}{V_{2H}}$  de -100dB (20 log neste trabalho). A tabela 4 está relacionada ao erro devido ao nível de ruído dentro da banda de passagem do filtro, quando a relação Sinal/Ruído é de -20dB, considerando-se a amplitude da primeira harmônica  $V_{1H} = 1\text{mV}$ . A tabela 5 mostra o erro de quantização para um sinal de amplitude  $V_{1H} = 10\mu\text{V}$ , sem nível de ruído e sem presença da segunda harmônica  $V_{2H}$ . Todas as medidas utilizam um conversor A/D de 20 bits e quantidade de amostras N do sinal variável.

TABELA 3 – HDC DE -100dB. ERRO EM %

| a | inf    | 10k    | 8k     | 1k     | 256    |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 425,46 | 425,57 | 424,70 | 425,78 | 415,21 |
| 2 | 0,27   | 0,76   | 1,48   | 3,82   | 6,94   |
| 4 | 0,46   | 0,77   | 1,51   | 3,65   | 7,09   |
| 9 | 76,90  | 76,36  | 75,53  | 77,78  | 83,55  |

TABELA 4 – SNR DE -20dB. ERRO EM %

| a | inf  | 10k   | 8k    | 1k    | 256   |
|---|------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 9,23 | 13,36 | 46,00 | 46,34 | 52,63 |
| 2 | 0,08 | 8,47  | 34,21 | 32,25 | 53,02 |
| 4 | 5,25 | 5,16  | 23,29 | 28,02 | 44,40 |
| 9 | 6,35 | 2,12  | 13,74 | 36,03 | 29,11 |

TABELA 5 – QE PARA  $V_{1H} = 10\mu\text{V}$ . ERRO EM %

| a | Inf  | 10k  | 8k   | 1k   | 256  |
|---|------|------|------|------|------|
| 1 | 2,17 | 2,11 | 1,96 | 3,46 | 1,87 |
| 2 | 2,17 | 2,11 | 1,96 | 3,46 | 1,87 |
| 4 | 2,17 | 2,11 | 1,96 | 3,46 | 1,87 |
| 9 | 2,15 | 2,10 | 1,94 | 3,44 | 1,89 |

Analisando-se os resultados da Tabela 3, 4 e 5 pode-se verificar que os erros nas medidas para  $a = 2$  ou  $a = 4$  são aceitáveis. Para o HDC, para  $a < 2$  e  $a > 4$  os erros ficaram acima de 50%, confirmando os resultados obtidos na determinação da largura de banda da fig.6. Pode-se afirmar ainda que o aumento no erro do HDC e do SNR tem relação direta com o número de amostras do sinal. Os valores obtidos em simulação para os casos contínuos foram verificados calculando-se  $V_{1H}$  através de (18).

## VII. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A fig. 7 mostra o resultado da medida de um sinal de primeira harmônica  $f_m = 2400\text{Hz}$ . O processamento do sinal foi implementado em um DSP de alto desempenho da *Analog Devices*, o TS201S. A frequência de amostragem  $f_a = 48\text{kHz}$  e comprimento do sinal  $N = 2048$  amostras, o que equivale a  $\Delta t = 0,042667\text{s}$ . O parâmetro  $a = 6.10^{-6}$  está dentro da faixa permitida de  $a$ , de acordo com (14). O produto  $af^2 \approx 34$ , minimizando o erro da integral da wavelet de Morlet cosseno. A relação entre  $V_{1H}$  e  $V_{2H}$  foi de -80dB, ( $V_{1H} = 7\mu\text{V}$  e  $V_{2H} = 70\text{mV}$ ), calibrados utilizando um amplificador *Lock-in* FFT. A quantidade de bits nominal do conversor A/D  $Nb = 24$  bits. O sinal foi analisado por um período aproximado de 5,83 segundos, totalizando 8192 medições de  $V_{1H}$  e  $V_{2H}$ . O gráfico traçado apresenta a medida de  $V_{1H}$  após um processo de média.

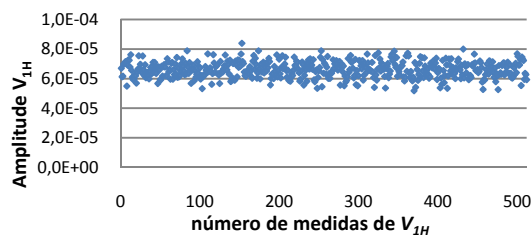


Fig. 7 – HDC de -80dB. O circuito de condicionamento do conversor A/D tem um ganho de 10, justificando o fator de 10 na medida de  $V_{1H}$ . Utilização de média de 16. O erro médio na medida de  $V_{1H}$  é de 4,85%.

## VIII. RESULTADOS E CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi definir, analisar e implementar uma nova técnica de medida da composição espectral do sinal de um GFO, de modo a extrair o sinal de rotação medido por este sensor. Foram realizadas medidas satisfatórias em uma faixa dinâmica de até -90dB. Algumas restrições decorrentes do uso do kit de desenvolvimento foram encontradas, principalmente àquelas relacionadas com a frequência de amostragem do conversor A/D utilizado. Se comparado à demodulação via amplificador *lock-in*, a técnica proposta apresenta maior robustez a distorções harmônicas e as variações do ambiente. Insere-se, entretanto, novas fontes de erro decorrentes da discretização dos sinais, mas estes efeitos podem ser quantificados. Outra vantagem do método proposto é com relação à miniaturização do GFO, uma vez que as medidas de  $V_{1H}$ ,  $V_{2H}$  e as demais harmônicas é realizada através de um processamento matemático implementado via software, em um único integrado, reduzindo-se o espaço físico exigido. O limitante da transformada de *wavelet* é a capacidade de processamento do circuito integrado utilizado, mas esta limitação pode ser contornada dividindo-se o processamento em diversas unidades menores, como por exemplo, microcontroladores de até 3mm x 3mm vendidos comercialmente. Comparado a FFT, a metodologia proposta se mostrou mais flexível no que diz respeito à seleção da frequência de amostragem e do número de amostras do sinal para uma determinada precisão exigida.

## REFERÊNCIAS

- [1] Mackenzie, D. Wavelets seeing the Forest – and the trees. 2001 Disponível: [www.beyonddiscovery.org](http://www.beyonddiscovery.org) Acesso em: 25/07/2007
- [2] Walker, J. S., Fourier Analysis and Wavelet Analysis. Notices of the AMS, Volume 44, Número 6, p. 658-670, Junho/julho 1997.
- [3] Carvalho, R. T – Redução de Deriva em Giroscópios a Fibra Óptica convencional, ITA, São José dos Campos, 1991
- [4] I. Ezekiel, S. (Co-autor). II. Arditty, H.J. (Co-autor). III. MIT International Conference on Fiber-optic Rotation Sensors (IST : 1981 : Cambridge), Fiber-optic Rotation Sensors and Related Technologies
- [5] Carvalho, R. T – Sagnac Interferometry for accurate sensing of non-reciprocal effects, Texas A&M University, Ago 1996
- [6] Farrel, J. A, Barth, M., The Global positioning System & Inertial Navigation, MacGraw-Hill, 1998
- [7] Merhav, S; Aerospace sensor system and Applications, Springer-Verlag New York, Inc. 1996
- [8] Miranda, A. L. L. Projetos de Filtros Digitais para análise de Sinais do Sistema Elétrico, Rio de Janeiro, Fev. 2005
- [9] Torrence C.; Compo, G. P. A Practical Guide to Wavelet Analysis. Colorado, Bulletin of the American Meteorological Society, Volume 79, Número 1, p. 61-78, Janeiro 1998.
- [10] Fugal, Lee, Conceptual Wavelets in Digital Signal Processing, Space & Signal Technologies LCC, 2006.
- [11] Saotome, O. – Apostila de Wavelets – Curso EA273 – ITA 2005
- [12] Andrade, A.O; Soares, A.B, Técnicas para Janelamento de Sinais. III Seminário dos Estudantes de Engenharia Elétrica da UFU, 2000.