

# Difusão de Medidas Para Estimação Distribuída em uma Rede de Sensores

Ronan Arraes Jardim Chagas e Jacques Waldmann

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Depto. de Sistemas e Controle – Divisão de Engenharia Eletrônica – 12228-900 São José dos Campos, SP – Brasil

**Resumo** — É analisado um método de difusão nos filtros de Kalman locais embutidos nos nós de uma rede distribuída de sensores que possuem a mesma matriz de medição e apresentam medidas descorrelacionadas entre quaisquer dois nós. A metodologia proposta envolve transmissão das medidas dos nós e, esporadicamente, suas estatísticas, para serem fundidas localmente. Essas novas informações são então incorporadas nos filtros locais. Simulações são efetuadas e validam o método proposto. Também é feita uma análise superficial da robustez do algoritmo frente a falhas de comunicação na rede.

**Palavras-chaves** — Fusão de dados, estimação distribuída, filtragem de Kalman, difusão de medidas.

## I. INTRODUÇÃO

Propõe-se no presente trabalho investigar uma abordagem para fusão de medidas e estimativas de uma rede de sensores utilizando filtragem de Kalman e comparar os resultados obtidos àqueles apresentados em [1].

Um sistema com vários sensores distribuídos e seus respectivos nós de processamento local, conforme representado na Fig. 1, realizando medições de uma determinada grandeza física, pode alcançar, localmente, níveis mais acurados de estimação quando os nós trocam informações. Essa estimação distribuída traz também um novo nível de robustez, dado que o sistema não fica condicionado a um único ponto de central de falha, como ocorre com estimação centralizada [2,3]. Na abordagem centralizada, existiria um único nó de processamento central que leria as medidas dos sensores nos nós de processamento e estimaria o estado. Caso esse nó central falhasse, todos os sistemas que necessitam de sua estimativa seriam prejudicados.

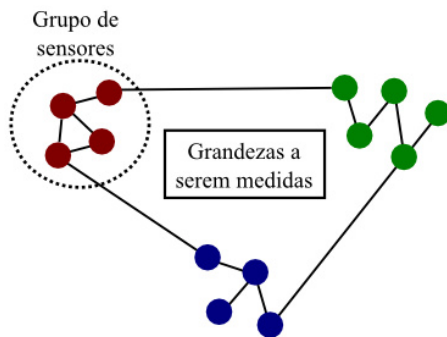


Fig. 1. Rede de sensores distribuídos.

Ronan Arraes Jardim Chagas, ronan.jardim@gmail.com, Jacques Waldmann, jacques@ita.br, Tel +55-12-3947-5993, Fax +55-12-3947-6930

Este trabalho foi apoiado pelo projeto FINEP/CTA/INPE SIA (Sistemas Inerciais para Aplicação Aeroespacial) 11382\*2.

O filtro de Kalman embutido em cada nó de processamento da rede de sensores distribuídos será chamado de filtro local (LKF – *Local Kalman Filter*). A qualidade de estimação dos diversos sensores isolados caracteriza um limite inferior do desempenho da rede, dado que constitui o caso extremo em que todos os laços de comunicação estão desativados. O outro extremo é quando existe um nó de processamento central que possui acesso a todas as medidas; tal filtro de Kalman será chamado filtro global (GKF – *Global Kalman Filter*). Este filtro é de realização praticamente inviável no caso de uma rede com muitos sensores, pois a carga computacional se torna por demais onerosa ao concatenar todas as medições em um vetor aumentado de medidas.

Investigam-se também as conseqüências quando existem falhas de comunicação entre nós da rede. Para sistemas de elevada criticidade que demandam estimação acurada e confiável, tais falhas não podem prejudicar demasiadamente o desempenho da rede – o que se convencionou chamar de degradação graciosa (*graceful degradation*).

## II. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

No problema aqui investigado, assume-se que os diversos nós realizam medições das mesmas grandezas, sejam elas a posição de uma aeronave, a sua atitude, altitude, etc. Assume-se também um modelo linear que rege o processo dinâmico associado às medições, conforme expresso em (1),

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_k u_k \quad (1)$$

em que  $\mathbf{F}_k$  denota uma matriz  $M \times M$  que descreve a dinâmica do sistema e  $\mathbf{G}_k u_k$  é um processo ruído branco de dimensão  $M \times 1$  com matriz de covariância  $\mathbf{Q}_k$ . Esse modelo é válido para todo  $i$ -ésimo nó da rede,  $i \in [1, 2, 3, \dots, q]$ .

Cada  $i$ -ésimo nó possui um conjunto de sensores que realizam a medição dos estados no instante  $k$  segundo (2),

$$\mathbf{y}_{k,i} = \mathbf{H}_{k,i} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_{k,i} \quad (2)$$

em que  $\mathbf{H}_{k,i}$  é uma matriz  $M \times N$  e  $\mathbf{v}_{k,i}$  indica um ruído de medição, sendo um processo ruído branco de dimensão  $N \times 1$  e matriz de covariância  $\mathbf{R}_{k,i}$ . Adota-se também que o ruído de medição entre diferentes sensores são descorrelacionados entre si.

Equações (1) e (2) formam um modelo dinâmico linear genérico, onde as matrizes de medição  $\mathbf{H}_{k,i}$  podem sofrer alteração entre os instantes de medição e serem diferentes para cada nó  $i$ . No entanto, para o presente trabalho, conside-

ra-se uma rede cujo nós possuem a mesma matriz  $\mathbf{H}_k$ . Logo o novo modelo de medição está presente em (3),

$$\mathbf{y}_{k,i} = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_{k,i} \quad (3)$$

sendo  $\mathbf{H}_k$  também uma matriz  $M \times N$ , idêntica para todos os nós  $i$ .

#### A. Filtros de Kalman locais

Cada nó  $i$ , conforme citado anteriormente, possui um filtro de Kalman, denominado filtro local ou LKF. As equações pertinentes estão em (4)-(8),

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,i} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1,i} + \mathbf{G}_{k-1} u_{k-1} \quad (4)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1,i} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1,i} \mathbf{F}_{k-1}^t + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_{k,i} = \mathbf{P}_{k|k-1,i} \mathbf{H}_k^t (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1,i} \mathbf{H}_k^t + \mathbf{R}_{k,i})^{-1} \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k,i} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,i} + \mathbf{K}_{k,i} (\mathbf{y}_{k,i} - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,i}) \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{k|k,i} = (\mathbf{I}_{M \times M} - \mathbf{K}_{k,i} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1,i} \quad (8)$$

em que  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k,i}$  é a estimativa do vetor de estados do nó  $i$  no instante  $k$  dadas as medições  $\{\mathbf{y}_n\}, n \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$ ,  $\mathbf{I}_{M \times M}$  é a matriz identidade com dimensão  $M \times M$  e o sobrescrito  $t$  identifica a operação de transposição.

Na literatura, como em [2,3], chama-se de filtragem de Kalman local a metodologia em que um determinado nó se comunica apenas com os nós em sua vizinhança. Neste trabalho, optou-se por utilizar essa nomenclatura para referenciar os filtros de Kalman presentes em cada nó da rede. Posteriormente, quando a referência à estimativa LKF for feita, deve-se entender conforme em [1], onde todos os filtros de Kalman locais estão impossibilitados de se comunicarem.

#### B. Filtro de Kalman global

O filtro de Kalman global é construído aumentando o vetor, a matriz de medição e a matriz de covariância da medição com toda a informação da rede, como se existisse um nó central que recebesse a todo o instante  $k$  as medidas dos sensores. As equações para este caso estão em (9)-(16), onde o subscrito  $g$  identifica que a variável está relacionada ao filtro global.

$$\mathbf{y}_{k,g} = [\mathbf{y}_{k,1}^t \quad \mathbf{y}_{k,2}^t \dots \mathbf{y}_{k,q}^t]^t \quad (9)$$

$$\mathbf{H}_{k,g} = [\mathbf{H}_{k,1}^t \quad \mathbf{H}_{k,2}^t \dots \mathbf{H}_{k,q}^t]^t \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_{k,g} = \text{diag}\{\mathbf{R}_{k,1} \quad \mathbf{R}_{k,2} \dots \mathbf{R}_{k,q}\} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,g} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1,g} + \mathbf{G}_{k-1} u_{k-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1,g} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1,g} \mathbf{F}_{k-1}^t + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{k,g} = \mathbf{P}_{k|k-1,g} \mathbf{H}_{k,g}^t (\mathbf{H}_{k,g} \mathbf{P}_{k|k-1,g} \mathbf{H}_{k,g}^t + \mathbf{R}_{k,g})^{-1} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k,g} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,g} + \mathbf{K}_{k,g} (\mathbf{y}_{k,g} - \mathbf{H}_{k,g} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,g}) \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{k|k,g} = (\mathbf{I}_{M \times M} - \mathbf{K}_{k,g} \mathbf{H}_{k,g}) \mathbf{P}_{k|k-1,g} \quad (16)$$

Este filtro é utilizado apenas por questões de *benchmark*, dado que a sua concepção em um ambiente real com uma rede apresentando um grande número de nós é inviável. No entanto, como ele possui informação de todos os elementos

presentes, a qualidade da sua estimativa deverá ser algo a ser buscado na rede distribuída de sensores.

Encontra-se na literatura, como em [2,3], referências à estimativa oriunda deste filtro como estimativa central. Neste trabalho, utilizou-se a nomenclatura presente em [1], onde essa abordagem é nomeada de global e o nome central é reservado para a fusão das estimativas sobre toda a rede de sensores conforme será apresentado na seção III.A.

### III. FUSÃO DAS ESTIMATIVAS DISTRIBUÍDAS

Dado que os nós possuem capacidade de comunicação, o objetivo é transmitir dados para melhorar a estimativa em cada nó da rede. Existem dois tipos de abordagem quanto à incorporação de dados em um determinado nó: nesse artigo serão denominados de fusão das estimativas e difusão das informações.

#### A. Fusão das estimativas

O primeiro tipo, chamado de fusão de estimativas, diz respeito à fusão de estimativas atualizadas dos nós vizinhos, sem que esta nova estimativa seja incorporada aos filtros locais. Logo, (17) fornece a estimativa fundida no instante  $k$  para o nó  $i$ ,  $i \in [1 \dots q]$ , dado que este se comunica com os nós em sua vizinhança  $N_i$ , designados por  $n_0, n_1, \dots, n_p$ ,

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,i}^f = \mathbf{c}_0 \hat{\mathbf{x}}_{k|k,n_0} + \mathbf{c}_1 \hat{\mathbf{x}}_{k|k,n_1} + \dots + \mathbf{c}_p \hat{\mathbf{x}}_{k|k,n_p} + \mathbf{c}_{p+1} \hat{\mathbf{x}}_{k|k,i} \quad (17)$$

As constantes  $\mathbf{c}_j, j \in [0 \dots p+1]$ , devem satisfazer (18a) no caso de serem matrizes de mesma dimensão, ou (18b) se forem escalares.

$$\sum_{j=0}^{p+1} \mathbf{c}_j = \mathbf{I}_{M \times M} \quad (18a)$$

$$\sum_{j=0}^{p+1} c_j = 1 \quad (18b)$$

Uma escolha lógica seria utilizar a qualidade das estimativas de cada nó para ponderar a soma em (17). Nesse caso, as constantes serão determinadas por (19), onde é fácil ver que (18a) é realmente válida.

$$\begin{cases} \mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{P}_{k|k,n_0}^{-1} + \mathbf{P}_{k|k,n_1}^{-1} + \dots + \mathbf{P}_{k|k,n_p}^{-1} + \mathbf{P}_{k|k,i}^{-1}) \\ \mathbf{c}_j = \mathbf{A}(\mathbf{P}_{k|k,n_j}^{-1}), j \in [0, 1, \dots, p] \\ \mathbf{c}_{p+1} = \mathbf{A}(\mathbf{P}_{k|k,i}^{-1}) \end{cases} \quad (19)$$

O problema dessa escolha é que em cada instante  $k$  os nós deverão transmitir a suas estimativas atualizadas e matrizes de covariância. Dessa forma, o nó  $i$  deverá a cada iteração receber  $(M^2 + M) \cdot (p+1)$  informações de seus vizinhos, que, dependendo do tamanho  $M$  do vetor de estados, pode requerer uma largura de banda proibitiva.

Uma outra abordagem seria utilizar a média aritmética para a fusão conforme (17). Nesse caso, o problema da quantidade de informações seria evitado, mas a qualidade da estimativa será inferior. Esta degradação será mais crítica caso as esta-

tísticas dos nós vizinhos forem muito diferentes, pois, se elas forem iguais, (19) se reduz exatamente à média aritmética.

É importante observar que este método é robusto se existir falhas na comunicação, pois, quando todas as comunicações forem cortadas, o desempenho será igual ao do LKF. Isso exprime a grande importância de se possuir várias unidades de processamento em detrimento de um único nó central.

A qualidade dessa estimativa não será igual ao do GKF conforme visto em [1]. Na verdade, se a vizinhança de um nó compreender todos os nós da rede, essa estimativa terá a mesma qualidade da fusão central, onde a média ponderada (17) é efetuada em um nó fictício que possui comunicação com todos os nós presentes na rede.

Deve-se observar que na literatura tal método de troca de estimativas para fusão em cada nó é encontrado também com o nome de difusão [1,2]. No entanto, no presente trabalho, o nome difusão é utilizado quando os valores fundidos com informações da rede são divulgados para o filtro de Kalman local em cada nó.

### B. Difusão das informações

O segundo tipo de incorporação de dados chama-se difusão: o processo de fusão das informações recebidas dos nós vizinhos e posterior incorporação nos filtros locais. Em [1,2], apresentam-se análises de um algoritmo de difusão utilizando as estimativas atualizadas de cada nó na vizinhança. Porém, o estudo em [1], conforme feito, resultou em uma qualidade de estimação pior do que na fusão apresentada na seção III.A. Neste trabalho, propõe-se a utilização das medidas de cada nó; a motivação disto está presente no teorema 1, enunciado a seguir.

As equações do filtro global (GKF) podem ser escritas em uma nova forma conforme (20)-(23), chamada *information form* [4].

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,g} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1,g} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1,g} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1,g} \mathbf{F}_{k-1}^t + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k,g} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,g} + \mathbf{P}_{k|k,g} \mathbf{H}_{k,g}^t \mathbf{R}_{k,g}^{-1} (\mathbf{y}_{k,g} - \mathbf{H}_{k,g} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1,g}) \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{k|k,g}^{-1} = \mathbf{P}_{k|k-1,g}^{-1} + \mathbf{H}_{k,g}^t \mathbf{R}_{k,g}^{-1} \mathbf{H}_{k,g} \quad (23)$$

1) *Teorema 1*: Se um nó  $i$  para todo o instante  $k$ , em uma rede construída conforme (3), possuir todas as medidas e matrizes de covariância dos demais nós da rede, criando um vetor de medidas fundido conforme (24) e utilizando uma matriz de covariância do ruído de medição conforme (25) nos passos de iteração do filtro de Kalman, a estimativa será idêntica ao do filtro GKF.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{R}_{k,1}^{-1} + \mathbf{R}_{k,2}^{-1} + \dots + \mathbf{R}_{k,q-1}^{-1} + \mathbf{R}_{k,q}^{-1}) \\ \mathbf{c}_j = \mathbf{A}(\mathbf{R}_{k,j}^{-1}), j \in [0,1,\dots,q] \\ \mathbf{y}_{k,i}^f = \sum_{j=1}^q \mathbf{c}_j \mathbf{y}_{k,j} \end{array} \right. \quad (24)$$

$$\mathbf{R}_{k,i}^f = \mathbf{A} \quad (25)$$

Um estudo mais aprofundado desta conclusão pode ser observado em [3].

Esse método possui, em uma primeira análise, dois aspectos em relação aos demais métodos de fusão de estimativas apresentados. O primeiro, esclarecido pelo teorema anterior, é que ele fornece a estimativa do filtro global no caso limite em que se conhecem todas as medições e suas estatísticas. O segundo aspecto está na quantidade de informações que devem trafegar pela rede. Muito embora toda a teoria se aplique para casos em que a matriz de covariância do ruído de medição é variante no tempo, na prática, considera-se que ela permanece constante durante grande parte da operação. Então, em cada instante  $k$ , um nó deverá transmitir a todos os demais nós da rede apenas o vetor de medidas, caso a sua matriz de covariância do ruído de medição já tenha sido enviada. Com base nisso, propõe-se o seguinte algoritmo simplificado de operação para um sensor quando este entrar na rede.

- Inicialização do nó:
  - Enviar a sua matriz de covariância para os nós vizinhos;
  - Requisitar a lista de matrizes de covariância que seus vizinhos possuem.
- Sensor em operação:
  - Se for recebida uma matriz de covariância de um determinado nó, transmite-a para todos os outros nós da vizinhança, com exceção daquele que a enviou;
  - Em todo instante  $k$ , envia suas medidas para os vizinhos, recebe as medidas dos seus vizinhos, realiza a fusão das medidas conforme (24)-(25) e gera a estimativa atualizada conforme (4)-(8).

Dessa forma, um determinado nó na rede possuirá uma lista das matrizes de covariância de erro de medida dos nós vizinhos. Então, quando as medidas dos vizinhos de determinado nó forem recebidas e fundidas com base em (24)-(25), basta prosseguir com a difusão utilizando a medida fundida presente na memória para atualizar a estimativa local via (4)-(8).

Observe que uma análise mais detalhada deve ser feita com relação à capacidade de memória para armazenamento das matrizes de covariância.

Se a comunicação falhar, no pior caso, o nó realizará a estimação segundo o LKF, o que mostra que essa abordagem propicia também robustez a falhas de comunicação.

## IV. CONSENSO ENTRE MEDIDAS

Dada a discussão apresentada na seção anterior, o objetivo a ser alcançado é transmitir todas as medições para todos os nós. Em termos práticos, isso pode ser considerando algo muito caro de ser alcançado. No entanto, o teorema 1 sugere que quanto maior número de medidas um nó possuir, melhor será a sua estimativa. Então, para cada instante  $k$ , propõe-se que ao invés de um nó se comunicar uma única vez com seus vizinhos, vários passos de comunicação, i.e., passos de consenso [2,3], sejam feitos com a intenção de propagar as medidas do  $i$ -ésimo nó para além de seus vizinhos em  $N_i$ . O algoritmo proposto para cada instante  $k$  é:

- Inicializar a lista de medidas com a medição do nó atual no instante  $k$ .
- Repita  $n$  vezes

- Transmitir a lista de medidas para os nós vizinhos;
- Receber a lista de medidas dos nós vizinhos;
- Adicionar as informações recebidas na lista de medidas evitando redundâncias.
- Fim da repetição.

Fica claro que várias informações redundantes serão transmitidas na rede. No entanto, se os enlaces de comunicação possuírem uma probabilidade de falha alta, essa é uma possível solução para que a qualidade da estimação fique significativamente melhor do que a do LKF. Além disso, dependendo do número  $n$  de passos no consenso, pode-se chegar à situação ideal em que todos os nós irão possuir todas as medidas. Os passos de consenso devem ser realizados numa escala de tempo significativamente reduzida em relação à dinâmica mais rápida do processo sendo estimado de forma a não degradar a acurácia da estimação local distribuída pela rede.

## V. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para mostrar o desempenho da abordagem de difusão aqui descrita, realizaram-se simulações com o modelo descrito em (26),

$$\begin{cases} \mathbf{F}_k = \mathbf{F} = 1,01 \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}_k = \mathbf{H} = \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{G}_k = \mathbf{G} = \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q} = \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{R}_{k,i} = \mathbf{R}_i = \sigma_i \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{cases} \quad (26)$$

sendo  $\theta = 4,8759^\circ$ . O fator multiplicativo 1,01 colocado no modelo (matriz  $\mathbf{F}$ ) foi apenas para melhorar a visualização da realização. Os valores  $\sigma_i$ , o número de nós  $q$  e a topologia da rede foram escolhidos identicamente ao apresentado em [1] e mostrados nas Fig. 2 e Fig. 3. O valor inicial das matrizes de covariância para todos os filtros foi definido como  $1000 \cdot \mathbf{I}_{2 \times 2}$ . A estimação inicial do vetor de estados em todos os filtros é  $\mathbf{x}_{0|0} = [0 \ 0]^t$ , enquanto que o estado inicial verdadeiro é gerado através de um vetor composto por duas variáveis aleatórias gaussianas com média 0 e variância 1. Um exemplo de realização desse sistema está na Fig. 4.

Para a caracterização da qualidade da estimativa da rede, utilizou-se como figura de mérito o erro médio quadrático, dado por (27), em que, para cada instante  $k$ , a posição verdadeira do veículo é comparada com a estimativa atualizada de cada nó, realizando-se uma média aritmética sobre um número grande  $N$  de realizações das simulações. Para os resultados apresentados posteriormente,  $N$  foi escolhido como 1000 e converteu-se essa figura de mérito para a escala decibel, facilitando a visualização dos gráficos.

$$MSE(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}\|^2 \quad (27)$$

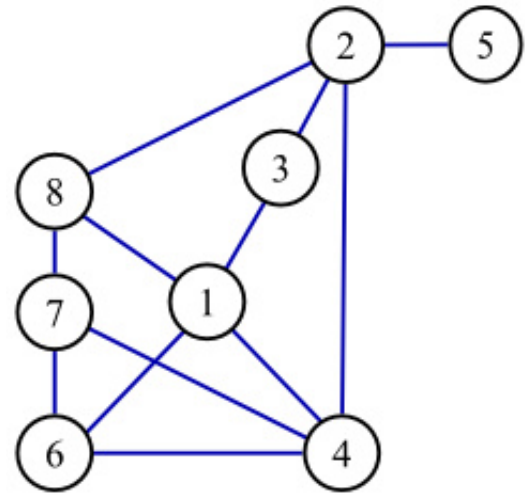


Fig. 2. Topologia da rede nas simulações.

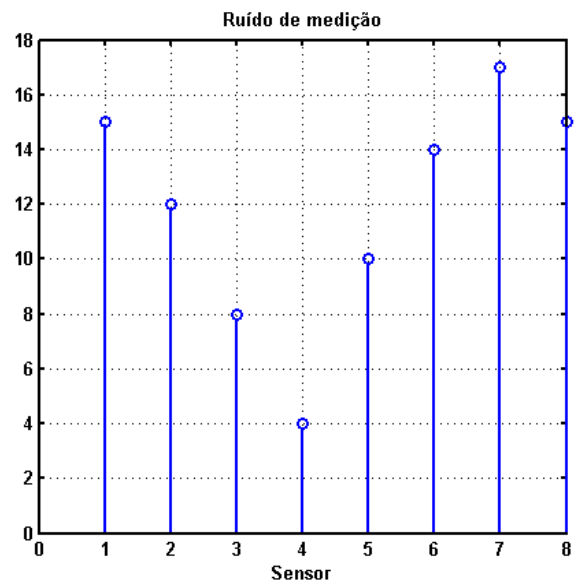


Fig. 3. Ruído de medição nos nós da rede.

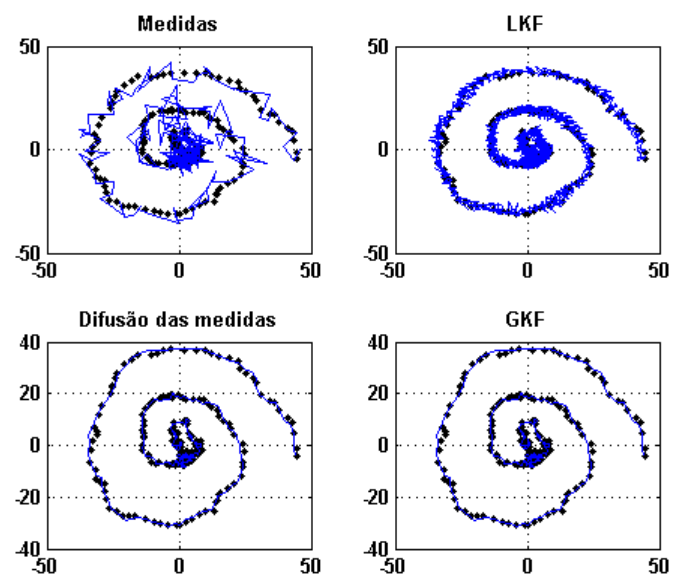


Fig. 4. Exemplo de realização do sistema proposto.

Em (27),  $\hat{x}_{kk}^{(i)}$  denota a estimativa atualizada no instante  $k$  para a simulação  $i$ . A esperança é obtida como a média aritmética dos erros de todos os nós para o desempenho do LKF e da malha com difusão conforme a seção III.B. Para o filtro global, utiliza-se como esperança o seu próprio erro em cada instante  $k$ .

Na Fig. 5 estão os resultados para a simulação utilizando três passos de consenso na difusão das medidas sem nenhuma falha na comunicação. Já na Fig. 6 estão os resultados considerando uma rede que apresenta 20% de probabilidade de falha na transmissão dos valores.

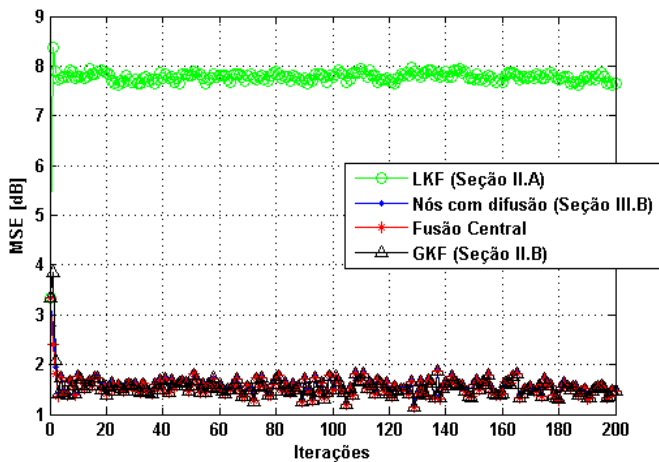


Fig. 5. Resultado da simulação com 3 passos de consenso sem falhas na comunicação.

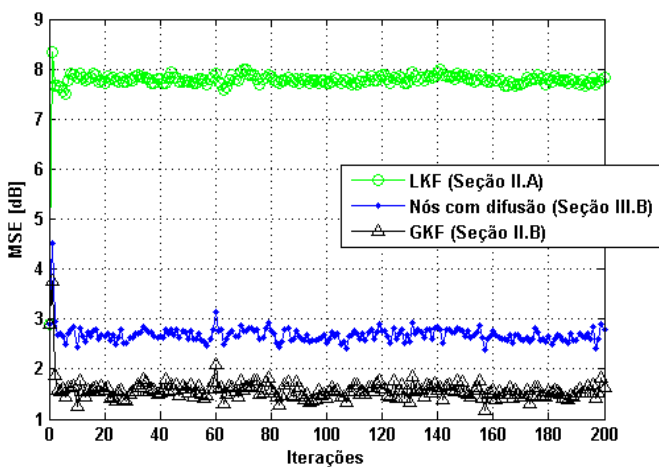


Fig. 6. Resultado da simulação com 3 passos de consenso com 20% de probabilidade de falha na comunicação.

## V. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Considerando o problema estudado, fica claro que a metodologia de difusão das medidas em uma rede distribuída é interessante se comparado com as técnicas envolvendo a transmissão das estimativas, dado que a estimação pode se aproximar o quanto for desejado da estimativa do GKF sem a necessidade de transmissão de grandes matrizes constantemente. Na verdade, se o número de passos de consenso for suficientemente grande, pode-se obter desempenho igual ao do GKF. O problema reside no tempo em que a rede de comunicação irá levar para a transmissão dessas informações. Isso será o limitador para a definição da taxa de amostragem dos nós, pois uma nova estimativa ficará pronta apenas quan-

do todo o consenso for terminado. Este problema necessita de um estudo mais aprofundado para a definição de um número de passos de consenso adequado para a rede.

Observou-se que a transmissão das estimativas de cada nó para seus vizinhos não forneceu melhoria no resultado quando a rede entra em consenso com relação às medidas. Na primeira simulação, observa-se que a fusão central, o GKF e os filtros locais com difusão das medidas apresentam a mesma qualidade na estimativa. Dessa forma, não compensaria a transmissão das estimativas atualizadas entre os nós para fins da diminuição do erro médio cometido. Tal afirmação pode não ser verdadeira caso o ruído de medição entre os sensores apresente correlação. Nesse caso, (11) não é válida e o teorema 1 não se aplica; logo, a estimativa local em cada nó, aliada a técnicas distintas de fusão, como a interseção de covariâncias, pode fornecer uma melhora nos resultados.

Se a rede possuir uma certa probabilidade de falha na comunicação, observou-se que a qualidade da estimativa distribuída fica degradada. Para reduzir esse efeito, pode-se aumentar o número de passos no consenso, aumentando a probabilidade de se obter uma comunicação bem-sucedida com os nós vizinhos. Observou-se que na metodologia proposta, se todos os laços de comunicação forem interrompidos, o nó ainda apresentará estimativas com qualidade igual àsquelas do LKF.

O estudo aqui presente considerou que todos os sensores eram perfeitamente sincronizados, sem atrasos de comunicação entre os nós. Maiores estudos são necessários para verificar o impacto que tais características reais irão ocasionar na qualidade da estimação da rede.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. G. Lopes and J. Waldman, "Distributed sensor fusion for aided inertial navigations systems", Anais do X SIGE, 2008.
- [2] F. S. Cativelli, C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Diffusion strategies for distributed Kalman filtering: formulation and performance analysis", APR Workshop on Cognitive Information Processing, Santorini, Grécia, 2008.
- [3] R. Olfati-Saber, "Distributed Kalman filtering for sensor networks", Proceedings of the 46<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, Louisiana, 2007.
- [4] A. Ahmad, M. Gani and F. Yang, "Decentralized robust Kalman filtering for uncertain stochastic systems over heterogeneous sensor networks", *Signal Processing*, vol. 88, pp. 1919-1928, August 2008.