# Desempenho de Algoritmos de Antenas Adaptativas para Processamento Estritamente e Largamente Linear

<sup>1</sup>Adilson Chinatto, <sup>1,2</sup>Cynthia C. M. Junqueira e <sup>1</sup>João M. T. Romano

<sup>1</sup>Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, <sup>2</sup>Instituto de Aeronáutica e Espaço, São José dos Campos

*Resumo* - Neste trabalho são apresentados e comparados os resultados de simulação de um arranjo de antenas isotrópicas adaptativas, no contexto do processamento largamente (WLP) e estritamente (SLP) linear utilizando como algoritmos de controle o algoritmo linear com restrição (LCMV) proposto por Frost e o algoritmo de mínimos quadrados (LMS). O estudo confirma a habilidade destes algoritmos adaptativos na mitigação de interferentes intencionais ou não dentro do contexto WLP e indica a possibilidade de aplicação em problemas de detecção de alvos em radar.

*Palavras chave* – processamento largamente linear, arranjo de antenas, antena adaptativa, processamento estritamente linear, processamento de sinal digital, mitigação de interferente.

# I. INTRODUÇÃO

Um arranjo de antenas adaptativas é um dispositivo que permite introduzir técnicas de processamento de sinais a conjunto de antenas, de forma a tornar possível projetar filtros tanto no domínio temporal como espacial. Com isso, pode-se modificar um diagrama de irradiação dando ao arranjo a capacidade de cancelar interferentes e de privilegiar sinais desejados, melhorando em conseqüência o desempenho do receptor [1], [2], [3].

Estes sistemas podem ser aplicados a radar [16] ou comunicações [15]. No caso de aplicações radar necessitam suprimir ecos indesejáveis [17], bem como mitigar interferentes intencionais ou não. De maneira complementar, um sistema que gere nulos adaptativos deve ter restrições que permitam com que esteja habilitado a detectar alvos radar ou receber sinais de usuários pré-definidos com adequada relação sinal-ruído (SNR).

Normalmente, os arranjos de antenas empregam processamento estritamente linear (Strictly Linear Processing-SLP) [4], [5], [6]. Por outro lado, o Processamento Largamente Linear (Widely Linear Processing-WLP), proposto por Brown e Crane em 1969 [7], vem recebendo recentemente uma maior atenção nos casos em que os sinais que iluminam o arranjo são não circulares. Isto abre perspectivas de melhoria de desempenho quando a propagação e os multi-percursos introduzem efeitos tipicamente não circulares [8], [9].

Numa recente publicação [10] consideramos a comparação WLP e SLP levando em conta a taxa de erro efetiva do enlace e o desempenho teórico do algoritmo MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) e derivamos o algoritmo de Mínimas Variâncias com Restrições Lineares (Linearly Constrained Minimum Variance - LCMV) proposto por Frost [5] no contexto largamente linear (FROST-WL).

No presente trabalho, dando continuidade aos estudos preliminares em [10], implementa-se o algoritmo de Frost no contexto do processamento estritamente e largamente linear, comparando os resultados com aqueles obtidos via o algoritmo LMS supervisionado, também nos casos estritamente e largamente linear, para múltiplos cenários de simulação. Em extensão a trabalhos teóricos no tema [8], [11], [12], propõe-se aqui uma análise baseada na medida da taxa de erro de símbolo (symbol error rate – SER).

O artigo é organizado como segue: a Seção II apresenta o modelo de sinal, a descrição do algoritmo LMS e a técnica de FROST. Os fundamentos matemáticos do processamento largamente linear estão incluídos na seção III, bem como as formulações do LMS e do algoritmo de FROST no contexto WLP. A seção IV apresenta os resultados de simulações e as comparações de desempenho. Algumas conclusões na seção V finalizam este trabalho.

# II. ARRANJO DE ANTENAS ADAPTATIVAS ESPACIAL

A configuração de uma rede de antenas adaptativas é mostrada na Fig. 1. O arranjo atua como um filtro espacial, onde a escolha adequada de seus parâmetros pode amplificar ou cancelar sinais recebidos de direções distintas. Dois algoritmos são estudados neste trabalho: o LMS clássico, que tem sua base no conhecimento do sinal desejado e o algoritmo de Frost, que é baseado no conhecimento das direções de chegada (directions of arrival- DOAs) dos sinais desejados. Em ambas as possibilidades, o processamento estritamente e largamente linear será investigado.

# A. Modelo de Sinal

Seja o arranjo de antenas ilustrado na Fig. 1, cujos elementos constituintes estão distribuídos linear e uniformemente com espaçamentos entre elementos  $d = \lambda/2$ , onde  $\lambda$  corresponde ao comprimento de onda dos sinais incidentes. Sobre o arranjo incidem  $N_S$  sinais (ondas planas) descorrelacionados compostos por símbolos i.i.d. e digitalmente modulados.

Adilson Chinatto, chinatto@espectro-eng.com.br, Tel./Fax. +55-19-21164433, Cynthia Junqueira, cynthia.junqueira@iae.cta.br, Tel. +55-12-39474937, Fax. +55-12-39475019 João M. T. Romano, romano@dmo.feec.unicamp.br, Tel./Fax +55-19-35213857.



Fig. 1. Arranjo de antenas adaptativas e diagrama de irradiação ilustrativo.

Cada sinal incide no arranjo sob um ângulo  $\theta$  em relação à normal à linha de distribuição dos elementos. Dessa forma, realizando-se a amostragem temporal das saídas dos elementos do arranjo, pode-se determinar que a k-ésima amostra pode ser escrita como:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{v}(k),\tag{1}$$

onde s(k) denota o vetor contendo os símbolos dos sinais na k-ésima amostra,  $\mathbf{v}(k)$  é o vetor de ruído considerado ser Gaussiano branco complexo e de média nula e a matriz  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\phi_1) \ \mathbf{a}(\phi_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\phi_{N_s})]$  contém os vetores de direção  $\mathbf{a}(\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{\mu}}) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{k}}} & e^{-j2\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{k}}} & \cdots & e^{-j(M-1)\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{k}}} \end{bmatrix}^{T},$ chegada de onde  $\phi_k = (2\pi d/\lambda)\sin(\theta_k) + \beta$  e T é o operador de transposição. O ângulo elétrico  $\phi$ , relacionado com o ângulo de incidência  $\theta$ da frente de onda plana, pode assumir valores de  $-\pi < \phi \le \pi$  e o desvio de fase *b* pode variar entre  $0^{\circ}$  e 360°. Dado: y(k)

$$\mathbf{x} = \mathbf{w}^{H}(k)\mathbf{x}(k), \qquad (2)$$

onde H representa a operação de transposição hermitiana, o objetivo minimizar o erro quadrático médio (Mean Square *Error* – MSE)  $\varepsilon(k) = E |s_{D}(k) - y(k)|^{2}$  com respeito aos parâmetros do filtro espacial  $\mathbf{w}(k)$ , onde  $s_D(k)$  é a k-ésima amostra do sinal desejado.

#### B. Algoritmo LMS

O problema clássico de filtragem adaptativa especial é a determinação do filtro w que minimize:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = E\left[\left|\boldsymbol{s}_{D}(k) - \mathbf{w}^{H}(k)\mathbf{x}(k)\right|^{2}\right].$$
(3)

O algoritmo LMS, desenvolvido por Widrow e Hoff em 1960 [14], é uma técnica de busca do mínimo em (3) por meio do cálculo, a cada iteração, de seu gradiente estocástico. Considerando a saída do filtro dada por (2), o erro de estimação e na k-ésima amostra pode ser calculado por:

$$e(k) = s_D(k) - y(k)$$
. (4)

Da mesma forma, o vetor que contém os parâmetros do filtro espacial na *k*+1-ésima amostra pode ser escrito como:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \mathbf{x}(k) \ e^{*}(k)$$
(5)

onde  $\mu$  é uma constante real positiva chamada de passo de adaptação e o operador (\*) corresponde ao complexo conjugado.

### C. Algoritmo de Frost

Frost desenvolveu em 1972 o circuito formador de feixe (beamformer) LCMV [5], que consiste em minimizar a variância do erro de saída de um filtro espaço-temporal em relação ao um conjunto de restrições representadas por:

$$\mathbf{C}^{\mathbf{1}}\mathbf{w}(k) = \mathbf{f} \tag{6}$$

onde C e f são pré-estabelecidos.

w

O algoritmo de Frost é uma técnica adaptativa baseada no algoritmo LMS com restrições atualizadas por:

$$(k+1) = \mathbf{P} \left[ \mathbf{w}(k) + \mu y(k) \mathbf{x}(k) \right] + \mathbf{F}$$
  
$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{F}$$
 (7)

onde  $\mathbf{F} \stackrel{\mathcal{A}}{=} \mathbf{C}(\mathbf{C}^{\mathsf{T}}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}$  and  $\mathbf{P} \stackrel{\mathcal{A}}{=} \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^{\mathsf{T}}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^{\mathsf{T}}$ .

## **III. PROCESSAMENTO LARGAMENTE LINEAR**

Pincibono e Chevalier propuseram em 1995 [9] o uso do sinal recebido e de seu complexo conjugado para a determinação do filtro ótimo, denominando-a processamento largamente linear. O resultado da filtragem largamente linear passa a ser:

 $\mathbf{y}(k) = \mathbf{u}^{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}^{H}(k)\mathbf{x}^{*}(k).$ Pelo princípio da ortogonalidade, para se determinar o valor mínimo do MSE  $\varepsilon(k) = E ||s_D(k) - y(k)|^2$  é necessário e suficiente que os coeficientes do filtro ótimo sejam tais que o erro  $\varepsilon$  seja ortogonal às amostras do vetor de entrada do filtro, ou seja, ortogonal a todos os elementos de x e x\*. Dessa forma,  $E[y^*\mathbf{x}] = E[s_D^*\mathbf{x}] e E[y^*\mathbf{x}^*] = E[s_D^*\mathbf{x}^*] e$  após algumas manipulações algébricas chega-se:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}\mathbf{u} + \mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}\mathbf{v} = \mathbf{r} \tag{9}$$

 $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}\mathbf{u} + \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{*}\mathbf{v} = \mathbf{z}, \qquad (10)$ onde  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}} = E[\mathbf{xx}^{H}], \mathbf{C}_{\mathbf{xx}} = E[\mathbf{xx}^{T}], \mathbf{r} = E[y^{*}\mathbf{x}] \in \mathbf{z} = E[s_{D}\mathbf{x}]. \mathbf{A}$ solução do sistema de equações é dada por:

$$\mathbf{u} = [\mathbf{R}_{xx} - \mathbf{C}_{xx}(\mathbf{R}_{xx}^{-1})^* \mathbf{C}_{xx}^{-*}][\mathbf{r} - \mathbf{C}_{xx}(\mathbf{R}_{xx}^{-1})^* \mathbf{z}^*]$$
(11)

 $\mathbf{v} = = [\mathbf{R}_{xx}^{*} - \mathbf{C}_{xx}^{*} \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C}_{xx}^{*}][\mathbf{z}^{*} - \mathbf{C}_{xx}^{*} \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}]$ A análise da solução de (11) permite concluir que, no pior

caso, quando ambos  $C_{xx}$  e z são iguais a zero, o WLP apresenta um desempenho igual ao SLP. Uma discussão mais abrangente sobre cenários em que o WLP tem desempenho superior ao SLP pode ser encontrada em [13].

# A. Algoritmo LMS Largamente Linear

Para a formulação largamente linear do algoritmo LMS (WL-LMS), o vetor que contém as amostras recebidas  $\mathbf{x}(k)$  e seu complexo conjugado  $\mathbf{x}^*(k)$  são considerados. Nesse caso, determinando-se  $\mathbf{\tilde{x}}(k) \triangleq [\mathbf{x}(k)^T \mathbf{x}(k)^H]^T$ , a resposta estimada dada por (2) passa a ser:

$$y(k) = \widetilde{\mathbf{w}}^{H}(k)\widetilde{\mathbf{x}}(k)$$
(12)

onde  $\widetilde{\mathbf{w}}(k)$  é o filtro espacial largamente linear determinado para a k-ésima amostra e a determinação do filtro espacial para a *k*+1-ésima amostra passa a ser:

$$\widetilde{\mathbf{w}}(k+1) = \widetilde{\mathbf{w}}(k) + \mu \widetilde{\mathbf{x}}(k) e^{*}(k)$$
(13)

### B. Algoritmo de Frost Largamente Linear

Conforme desenvolvido em [10], as equações para o algoritmo de Frost Largamente Linear (WL-FROST) tornamse:

$$\widetilde{\mathbf{w}}(k+1) = \widetilde{\mathbf{P}}[\widetilde{\mathbf{w}}(k) - \mu y(k)\widetilde{\mathbf{x}}(k)] + \widetilde{\mathbf{F}}$$
  
$$\widetilde{\mathbf{w}}(0) = \widetilde{\mathbf{F}}$$
(14)

onde  $\widetilde{\mathbf{C}} \triangleq [\mathbf{C}^T \mathbf{C}^H]^T$ ,  $\widetilde{\mathbf{F}} \triangleq \widetilde{\mathbf{C}} (\widetilde{\mathbf{C}}^T \widetilde{\mathbf{C}})^{-1} \mathbf{f} \in \widetilde{\mathbf{P}} \triangleq \mathbf{I} - \widetilde{\mathbf{C}} (\widetilde{\mathbf{C}}^T \widetilde{\mathbf{C}})^{-1} \widetilde{\mathbf{C}}^T$ .

# IV. SIMULAÇÕES

O objetivo das simulações apresentadas é avaliar o desempenho de um arranjo de antenas na tarefa relacionada à mitigação de interferentes através da comparação da SER obtida pela utilização de WLP ou de SLP.

#### A. Cenários

Em todas as simulações foi considerado um arranjo linear e uniformemente distribuído (Uniformely Linear Array - ULA) formado por M = 4 antenas acopladas a  $N_R = 4$  receptores. O arranjo foi considerado iluminado por um número N<sub>S</sub> variável de sinais incidentes com modulação BPSK (Binary Phase -Shift Keying), com  $N_S$  variando de 4 a 8 e sendo um sinal  $s_D$ considerado como sinal desejado e  $N_S - 1$  sinais agindo como interferentes. Para cada simulação, o DOA relativo ao sinal  $s_D$  foi variado entre os ângulos -90° e +90° em passos de 1°. Os  $N_S$  – 1 interferentes foram numerados de 1 a 7 e considerou-se que cada um atingia o arranjo sob um DOA conforme especificado na Tabela I.

Cada conjunto de simulações utilizou um determinado número  $N_S$  de sinais incidentes no arranjo. O conjunto de sinais utilizados em cada simulação, de acordo com  $N_S$ , é apresentado na Tabela II.

TABELA I RELAÇÃO ENTRE INTERFERENTES E DOA

INTERFERENTE	$S_1$	$S_2$	<b>S</b> <sub>3</sub>	$S_4$	S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>7</sub>
DOA(°)	+45	-45	+15	-15	+60	-60	0

TABELA II RELAÇÃO ENTRE N<sub>s</sub> E SINAIS UTILIZADOS

Ns	SINAIS UTILIZADOS
4	$\mathbf{S}_{\mathrm{D}}  \mathbf{S}_1  \mathbf{S}_2  \mathbf{S}_3$
5	$S_D S_1 S_2 S_3 S_4$
6	$S_D S_1 S_2 S_3 S_4 S_5$
7	$S_D S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$
8	$S_D S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6 S_7$

Em todas as simulações considerou-se que o sistema sofria a ação de um ruído aditivo branco Gaussiano que resultava em uma relação sinal-ruído de 10 dB.

Além da variação de N<sub>s</sub>, variou-se também a relação entre a amplitude do sinal desejado  $s_D$  e a amplitude dos sinais interferentes. Considerou-se que a amplitude dos sinais interferentes adquiria valores 0 dB, 3 dB, 6 dB e 10 dB acima da amplitude do sinal desejado e que todos os interferentes possuíam mesma amplitude.

Dois tipos de algoritmos adaptativos foram investigados, LMS e FROST, cada um em sua forma SLP e WLP, tendo sido adotado valor 0.0005 para o passo de adaptação  $\mu$ . Para se determinar o SER, s<sub>D</sub> foi considerado como uma seqüência de 10000 símbolos, sendo os primeiros 5000 símbolos conhecidos e tratados como símbolos de treinamento no caso LMS e descartados do cálculo de SER, tanto para o algoritmo LMS quanto para o algoritmo FROST.

### B. Escolha do Passo de Adaptação

O valor escolhido para µ é determinante para o tempo de convergência e para a estabilidade do algoritmo LMS. Para este algoritmo, a convergência é alcançada se  $\mu$  obedece à relação [2]:

$$0 < \mu < 2 / \lambda_{\max} \tag{15}$$

onde  $\lambda_{\max}$  é o maior autovalor da matriz de autocorrelação  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ . Para o algoritmo de FROST, conforme mostrado em [5], a convergência é alcançada se  $\mu$  obedece à relação:

$$0 < \mu < 1/\lambda_{\rm max}.$$
 (16)

Quando aplicados a ambientes estacionários, o processo de adaptação de algoritmos como LMS e FROST fazem com que os coeficientes do filtro espacial obtido apresentem uma variância em torno do ponto ótimo após a convergência ter sido alcançada. Essa variância provoca desajustes que são maiores quanto maior for a soma das potências presentes em cada estágio do filtro e, para que esse ruído adicional não comprometa o resultado da filtragem adaptativa, mostra-se que  $\mu$  deve ser escolhido de forma a satisfazer [5]:

$$0 < \mu < 2 / 3 \operatorname{tr} \{ \mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \}$$
(17)

onde tr denota traço. Já que tr{ $\mathbf{R}_{xx}$ } = E[ $\mathbf{x}^{H}(k)\mathbf{x}(k)$ ], o limite superior de (17) pode ser calculado diretamente do vetor de observações. Numa situação onde N<sub>S</sub> sinais iluminam o arranjo, sendo um dos sinais correspondente ao sinal desejado  $s_D$  com amplitude  $A_D$  e  $N_S - 1$  sinais interferentes  $s_I$  com mesma amplitude A<sub>1</sub>, mostra-se que a potência média total incidente P pode ser calculada por:

$$P = |A_D|^2 + (N_s - 1)|A_I|^2$$
(18)

Nas simulações apresentadas, o pior caso ocorre quando é analisado o comportamento dos algoritmos LMS e FROST nas configurações SLP e WLP na situação em que  $N_S = 8$ sinais atingem o arranjo, sendo que os sinais interferentes  $s_1$  a  $s_7$  possuem amplitudes  $A_I$  10dB maiores do que a amplitude de  $s_D$ . Nesse caso, normalizando  $A_I$  com respeito a  $A_D$ , a partir de (18) tem-se que P = 71. Como  $E[tr{\mathbf{R}_{xx}}] = N_R P$  e  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}} = E \left| \tilde{\mathbf{x}}(k)^H \tilde{\mathbf{x}}(k) \right|$ , mostra-se que tr{ $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}}$ } = 2 tr{ $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ } = 568 já que:

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} & \mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \\ \mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^* & \mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^* \end{bmatrix}$$
(19)

Assim, obedece-se (17) se  $\mu < 0.0012$ , justificando a escolha do valor 0.0005 utilizada neste trabalho.

Para ilustrar o comportamento do algoritmo durante e após o período de convergência para  $\mu = 0.0005$ , a Fig. 2 mostra a SER sobre o sinal desejado  $s_D$  na situação em que três interferentes iluminam o arranjo sob DOAs -45°, +15° e +45° e a mitigação dos interferentes é dada pelo algoritmo FROST-WL. A Fig. 2a mostra o comportamento da SER em todo o intervalo de variação de  $s_D$ , ou seja, de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ . A SER atinge valor máximo exatamente para os DOAs dos sinais interferentes. A Fig. 2b mostra uma aproximação do gráfico mostrado na Fig. 2a no entorno de +15°. Verifica-se que os valores de SER para DOA até +13º são desprezíveis e, a partir desse ponto, cresce até atingir valor máximo para DOA igual a +15°.

A Fig. 3 mostra a amplitude dos símbolos regenerados no tempo. A Fig. 3a representa a evolução da amplitude dos símbolos quando  $s_D$  atingem o arranjo sob um ângulo de +10°. Neste caso, a separação completa dos símbolos ocorre após cerca de 700 iterações. Uma vez que o a SER é calculada levando-se em conta apenas as últimas 5000 amostras e nessa região os símbolos já estão completamente separados, a SER torna-se desprezível.

A Fig. 3b ilustra a evolução da amplitude dos símbolos quando  $s_D$  atinge o arranjo sob um DOA de +12°. Para este caso, a separação total dos símbolos ocorre após cerca de 1500 iterações e a dispersão dos símbolos é maior do que a dispersão dos símbolos observada quando s<sub>D</sub> chega ao arranjo sob DOA =  $+10^{\circ}$ , como pode-se observar na Fig. 3a. Embora a SER ainda seja bastante reduzida quando o DOA de  $s_D$  é  $+12^{\circ}$ , seu valor é maior que para o caso em que o DOA de  $s_D$ é  $+10^{\circ}$ .



Fig. 2. Comportamento da SER com influência de três interferentes



Fig. 3. Evolução temporal da amplitude dos símbolos

A Fig. 3b ilustra a evolução da amplitude dos símbolos quando  $s_D$  atinge o arranjo sob um DOA de +12°. Para este caso, a separação total dos símbolos ocorre após cerca de 1500 iterações e a dispersão dos símbolos é maior do que a dispersão dos símbolos observada quando  $s_D$  chega ao arranjo sob DOA = +10°, como pode-se observar na Fig. 3a. Embora a SER ainda seja bastante reduzida quando o DOA de  $s_D$  é +12°, seu valor é maior que para o caso em que o DOA de  $s_D$  é +10°.

A Fig. 3c apresenta a evolução temporal da amplitude dos símbolos regenerados quando  $s_D$  chega ao arranjo sob um DOA de +14°. Devido à proximidade com o interferente, a convergência termina apenas após cerca de 5000 iterações. Embora tenha atingido a convergência, devido à grande proximidade com o interferente a dispersão dos símbolos é suficientemente grande para produzir maior SER.

# C. Comparação de Desempenho SLP e WLP

Algoritmos adaptativos SLP e WLP foram utilizados para comparação da mitigação de interferentes em termos de SER. As Fig. 4 e 5 mostram a SER para situações considerando variações no número e amplitude de interferentes o LMS e FROST em suas formas SLP e WLP. Os valores da SER foram calculados integrando-se os valores da SER obtidas para DOA de  $s_D$  variando de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ .

A análise destes resultados permite afirmar que as diferenças de desempenho entre os algoritmos adaptativos SLP e WLP

são similares para os casos LMS e FROST. A medida que a amplitude dos sinais interferentes decresce a SER também decresce, implicando que a importância do WLP na tarefa de mitigação de interferentes é maior quanto maior forem as amplitudes dos interferentes. A diferença de desempenho baseado em SER entre os algoritmos SLP e WLP diminui à medida que a diferença entre as amplitudes dos sinal desejado  $s_p$  e dos sinais interferentes também diminui.

Além disso, os algoritmos WLP apresentam melhores resultados em relação à SER dos que os algoritmos SLP quando se tem menos do que 7 sinais interferentes. Para os algoritmos SLP, considerando que o número de antenas presente no arranjo é  $N_R$ , ocorre mitigação praticamente completa de interferentes para os casos em que  $N_S \leq N_R$ . Para valores maiores de  $N_S$ , os sistema torna-se sub-parametrizado e incapaz de prover mitigação de interferentes. Esse fato pode ser verificado nas Fig. 4 e 5, observando-se as curvas relacionadas aos algoritmos LMS-SL e FROST-SL. Para esses casos, valores baixos de SER são alcançados quando o número de interferentes é 3 e, se mais sinais do que receptores iluminam o arranjo, os resultados de SER tornam-se altos.

Por outro lado, observando-se as curvas relacionadas ao LMS-WL e ao FROST-WL, mesmo quando 1 sinal desejado e 5 sinais interferentes atingem o arranjo, verificam-se bons resultados de SER. Porém, quando o número de sinais que atingem o arranjo é  $N_S = 8$ , tanto os algoritmos SLP quando os algoritmos WLP apresentam resultados similares.



Fig. 4. SER usando os algoritmos LMS-SL e LMS-WL



Fig. 5. SER usando os algoritmos FROST-SL e FROST-WL

Trabalhos anteriores [3,11] indicam que, para sinais puramente rectilineares, um arranjo composto por  $N_R$ elementos tem a capacidade de rejeitar até  $N_R - 1$ interferentes quando se aplicam algoritmos SLP. Caso se utilizem algoritmos WLP, a capacidade de rejeição de interferentes sobe para  $2N_R$  + 1 interferentes. Porém, nas situações apresentadas neste trabalho, quando se aplicam algoritmos WLP, somente 5 interferentes são rejeitados por um arranjo composto por 4 elementos. Esse resultado mais pobre em relação ao esperado na teoria ocorre devido à proximidade entre os interferentes quando se considera que 6 ou 7 deles atingem o arranjo. Como exemplo, as Fig. 6 e 7 mostram o comportamento da SER em relação ao sinal desejado  $s_D$  quando 5 e 6 interferentes, respectivamente, atingem o arranjo. Para esses casos considerou-se que a amplitude dos interferentes fosse 10dB maior que a amplitude do sinal s<sub>D</sub> e foi utilizado o algoritmo FROST-WL. Como pode ser visto, quando 5 interferentes iluminam o arranjo, o algoritmo adaptativo ainda tem a capacidade de discriminar os sinais que atingem o arranjo sob DOAs de +45° e +60°, embora a SER não seja desprezível para  $s_D$ atingindo o arranjo com DOA entre esses ângulos. Quando 6 interferentes atingem o arranjo, o cenário passa a ser ainda pior, já que a SER é alta para ângulos de incidência de  $s_D$ menores que  $-40^{\circ}$  e maiores que  $+40^{\circ}$ .

Assim, embora as previsões teóricas indiquem que um arranjo composto por  $N_R$  elementos tenha a capacidade de discriminar até  $2N_R - 1$  interferentes, na prática esse resultado dificilmente será atingido, uma vez que os trabalhos apresentados até então não consideram a influência da proximidade dos sinais no desempenho dos algoritmos utilizados para mitigação.



Fig. 6. SER usando o algoritmo FROST-WL para 5 interferentes



Fig. 7. SER usando o algoritmo FROST-WL para 6 interferentes

#### V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi analisado o desempenho WLP e SLP num cenário onde o processamento do arranjo de antenas é subparametrizado, em termos do desempenho da SER. O estudo foi realizado via simulações computacionais e confirma a habilidade dos algoritmos adaptativos do tipo LMS no contexto do processamento largamente linear. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos via o original LMS – SLP e o algoritmo de Frost.

Diferentes cenários foram considerados envolvendo variações de DOA e do número e amplitude dos interferentes. Foi mostrado que a importância do WLP nestes cenários é maior quanto maior são as amplitudes dos interferentes em relação ao sinal desejado. Se as amplitudes dos interferentes são iguais à amplitude dos sinais desejados, algumas diferenças de desempenho são observadas no SLP e WLP.

Finalmente, resultados de simulação são comparados com as previsões teóricas no que diz respeito à mitigação de interferentes baseado no número de elementos do arranjo. Entretanto, previsões teóricas mostram que  $N_R - 1$  interferentes rectlineares podem ser totalmente mitigados por um elemento  $N_R$  do arranjo de antenas quando utilizamos o WLP, mas os resultados de simulações baseados em SER mostram que a proximidade dos interferentes tem grande influência no desempenho do processo de mitigação.

### REFERÊNCIAS

[1] A.A. Monzinco, T.W. Miller, Introduction to Adaptive Arrays, John-Wiley, 1980.

[2] S. Haykın, Adaptive Filter Theory, 4th ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, USA, 2002.

[3] S.P. Applebaum, Adaptive Arrays, tech. rep., Syracuse University Research Corporation, 1965. Reprinted in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1976.

[4] M.I. Skolnik, Introduction to Radar Systems, 3rd. Ed., New York : McGraw-Hill, 2001.

[5]W.F. Gabriel, "Adaptive Arrays", *Proc. IEEE*, Vol. 64, No. 5, 1976, pp. 239-271.

[6] M. I.Skolnik, (ed.) Radar Handbook, 2nd ed New York: McGraw-Hill, 1990, pp. 12.1-13.27.

[7] B. Widrow, P.E. Mantey, L.J. Griffiths, and B.B. Goode, Adaptive Antenna Systems, Proc. of the IEEE, vol. 60, pp. 926-935, Vol. 55. No. 8, pp. 2143-2159, 1967.

[8] O.L. Frost III, An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing, Proc. of the IEEE, Vol. 60, No. 8, pp. 926-935, 1972.

[9] L.J. Griffiths, A Simple Adaptive Algorithm for Real-Time Processing in Antenna Arrays, Proc. of the IEEE, Vol. 57, Vol. 9, pp. 1696-1704, 1969.

[10] W. M. Brown and R. B. Crane, "Conjugate Linear Filtering", IEEE Trans. On communications, 51(1): 37-42, Jan.2003.

[11] P. Chevalier and F. Pipon, "New Insights Into Optimal Widely Linear Array Receivers for the Demodulation of BPSK, MSK, and GMSK Signals Corrupted by Noncircular Interferences — application to SAIC," *IEEE Trans on Signal Processing*, vol. 54, n. 3, pp. 11–25, Mar. 2006.

[12] P. Chevalier, "Optimal Array Processing for non Stationary Signals," in Proc. ICCASP 1996, Atlanta, USA, 7-10 May 1996, pp. 2868-2871.

[13] A. Chinatto, A., C. Junqueira, J. M. T. Romano, "Interference Mitigation using Widely Linear Arrays", EUSIPCO,17<sup>th</sup> European Signal Processing Conference, Glasgow, Escócia, Agosto, 2009.

[14] P. Chevalier, F. Pipon and F. Delaveau, "Second-Order Optimum Array Receivers for Synchronization of BPSK, MSK, and GMSK Signals Corrupted by Noncircular Interferences", *EURASIP Journal no Advances in Signal Processing*, vol. 2007, article ID 45605.

[15] A. Blin, "Traitements d'Antenne pour Signaux non-circulaires et/ou non gaussiens. Applications à l'ecoute passive et à la detection.", tese (doutorado) Université de Nice-Sophia Antipolis, França, 2008.

[16] F. J.A. Aquino, "Processamento Largamente linear Aplicado ao Problema de Equalização do Canal de Comunicação Digital", Tese (doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, 2008.

[17] B. Widrow and M. E. Hoff, Jr, *Adaptive Switching Circuits*, IRE WESCON Conv. Rec., pt. 4, pp. 96-104, 1960.