

Efeitos da eficiência da antena na detecção Radar

Ildefonso Bianchi e David Fernandes

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)- Comando-Geral de Tecnologia Aeroespacial, Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 São José dos Campos - SP, Brasil

Resumo — Analisa-se a influência da eficiência de uma antena de um Radar Monoestático no processo de detecção de alvos. A eficiência da antena é um dos parâmetros que define o ganho e a temperatura efetiva de ruído da antena. Essa temperatura, por sua vez, determina a potência média de ruído térmico no receptor Radar. Calcula-se a relação entre a probabilidade de detecção a probabilidade de falso alarme e a relação sinal-ruído considerando-se os casos de flutuação de alvos de Swerling, a integração de pulsos e valores da eficiência da antena. Para dois cenários, um com um Radar de Vigilância e outro com um Radar e Rastreamento e a presença de *jamming* de barragem, determina-se o efeito da eficiência da antena na distância de detecção de um alvo.

Palavras-chaves — Detecção de alvos, equação do radar e eficiência de antenas.

I. INTRODUÇÃO

O processo de detecção de alvos por um Radar, que se traduz em um teste de hipóteses binária, tem como parâmetros de desempenho a probabilidade de detecção (P_d) e de falso alarme (P_{fa}). A relação sinal-ruído mínima (D) a probabilidade de detecção mínima (P_D) e a probabilidade de falso alarme máxima (P_{FA}) se relacionam de tal modo que fixados P_D e P_{FA} pode-se calcular D e com este valor, através da equação Radar, o alcance máximo que se pode detectar um alvo nas condições de P_D e P_{FA} fixados [1, 2].

Na equação Radar o alcance máximo depende inversamente da potência média do ruído térmico, que por sua vez depende da temperatura de ruído equivalente da antena (T_a), sendo esta calculada em função da eficiência da antena (e_a), da temperatura ambiente (T_{amb}) e da temperatura de brilho (T_b), que é calculada pela temperatura de ruído de fundo $T_f(\theta, \phi)$ ponderada pela função diretividade $D_a(\theta, \phi)$ da antena do radar [3]. Desta forma eficiência da antena, que é função das suas resistências de perda e de irradiação, também controla o ruído que irá compor o ruído total que degrada o desempenho do Radar.

Neste trabalho faz-se avaliação do efeito da eficiência da antena na determinação do alcance Radar. Para dois cenários particulares, um com um Radar de Vigilância e outro com um Radar de Rastreamento e *jamming*.

II. FONTE DE RUÍDO TÉRMICO

A função ganho de uma antena de um Radar Monoestático, representada por $G_a(\theta, \phi)$ se relaciona com a função diretividade através da expressão:

$$G_a(\theta, \phi) = e_a D_a(\theta, \phi) \quad (1)$$

onde $D_a(\theta, \phi)$ é a função diretividade, (θ, ϕ) representam respectivamente, os ângulos de elevação e de azimute e e_a a eficiência da antena calculada por:

$$e_a = \frac{R_i}{R_i + R_p} \quad (2)$$

onde R_i é a resistência de irradiação e R_p é a resistência de perdas da antena.

A largura de feixe para o ângulo de meia potência no plano azimutal da antena (Plano H) será representada por Φ_a e do plano de elevação (Plano E) será representado por Θ_e . Assim sendo a diretividade da antena pode ser calculada de forma aproximada pela expressão [4]:

$$D_a \cong \frac{4\pi}{\Theta_e \Phi_a} \quad (3)$$

A obtenção da temperatura de ruído da antena é ilustrada na Fig. 1.

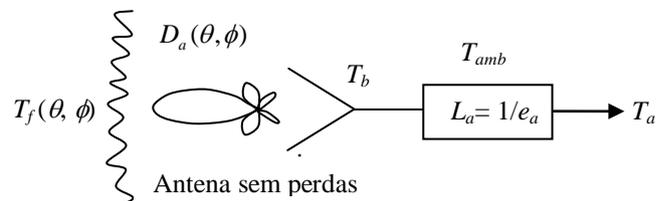


Fig. 1. Diagrama do cálculo da temperatura de ruído da antena.

Neste modelamento a antena é representada por uma antena ideal (sem perdas), com função diretividade $D_a(\theta, \phi)$, e as perdas da antena são representadas por um atenuador, com atenuação $L_a = 1/e_a$, a uma temperatura ambiente T_{amb} . A temperatura de ruído da antena é então calculada por [4, 5]:

$$T_a = \frac{1}{L_a} [T_b + T_{amb} (L_a - 1)] = T_b e_a + T_{amb} (1 - e_a) \quad (4)$$

onde T_b é a temperatura de brilho, T_{amb} é a temperatura ambiente e $T_{amb}(L_a - 1)$ é a temperatura efetiva de ruído do atenuador. A temperatura de brilho é calculada por [3]:

$$T_b = \frac{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} T_f(\theta, \phi) D(\theta, \phi) \text{sen}(\theta) d\theta d\phi}{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} D(\theta, \phi) \text{sen}(\theta) d\theta d\phi} \quad (5)$$

onde $T_f(\theta, \phi)$ é a temperatura de ruído de fundo e as orientações dos ângulos (θ, ϕ) são mostrados na Fig. 2.

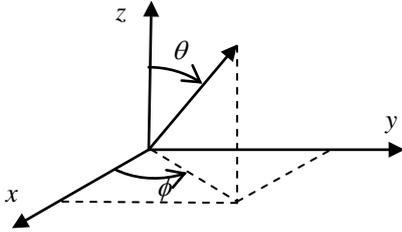


Fig. 2. Orientações angulares.

Em (5) observa que quando a distribuição de temperatura de fundo for uniforme, $T_f(\theta, \phi) = T_f$, tem-se $T_b = T_f$.

A potência média de ruído térmico na saída da antena (entrada do receptor) é então calculada por [1, 6]:

$$N_a = k_0 T_a B_n \quad (6)$$

sendo $k_0 = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K a constante de Boltzmann e B_n a largura de banda equivalente de ruído do receptor (usualmente a banda do amplificador de F.I.).

III. EQUAÇÃO DO RADAR

Para um Radar Monoestático pulsado a equação do Radar na forma de relação sinal-ruído $(S/N)_o$, relativa a um único sinal eco, na saída do receptor pode ser expressa por [1, 6]:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{P_t G_a^2(\theta_t, \phi_t) \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L_R N_o} \sigma \quad (7)$$

onde $G_a(\theta_t, \phi_t)$ é a função ganho da antena na direção do alvo, λ é o comprimento de onda da portadora, σ é a seção reta radar do alvo (RCS: Radar Cross-Section) na posição (R, θ_t, ϕ_t) , R é a distância entre Radar e alvo, L_R são as perdas no sistema Radar e no meio, P_t é a potência de pico do Radar (potência média da portadora do sinal transmitido):

$$P_t = \frac{T_0}{T_p} P_m \quad (8)$$

sendo T_0 o período de repetição de pulsos, T_p a duração do pulso e P_m é a potência média do sinal transmitido. Ainda em (7) N_o , que é relativo à potência média do ruído térmico na saída do receptor, é dado por:

$$N_o = k_0 [T_a + 290(F_{n0} - 1)] B_n \quad (9)$$

sendo $F_{n0} \geq 1$ a figura de ruído do receptor para uma temperatura de ruído padrão de 290 K.

A equação do Radar na forma de alcance máximo é então representada como:

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G_a^2(\theta_t, \phi_t) \lambda^2}{(4\pi)^3 N_o L_R D} \sigma \right]^{1/4} \quad (10)$$

onde $D = (S_o/N_o)_{\min}$ é a relação sinal ruído mínima requerida na saída do receptor, chamada de Fator de Detectabilidade, para de ter uma dada Probabilidade de Detecção mínima (P_D) e uma dada Probabilidade de Falso Alarme máxima (P_{FA}).

O Fator de Detectabilidade (relação sinal-ruído mínima) pode ser calculado considerando-se que o ruído térmico é branco e gaussiano e que na saída de um detector de envoltória este ruído passa a ter uma distribuição Rayleigh (Hipótese H_0 : existe somente ruído) e no caso de existir um sinal eco (Hipótese H_1 : existe sinal eco na presença de ruído aditivo) o sinal na saída do detector de envoltória passa a ter uma distribuição Rice [1, 5, 6].

Se for considerada na cadeia de tratamento de sinais do Radar o processo de integração de pulsos (integração incoerente de sinais ecos) uma amostra do ruído na saída do detector de envoltória passa a ter, por aproximação, uma distribuição Chi-Quadrado com $d = 2N_e$ graus de liberdade (χ_d^2), onde N_e é dado em função do tipo de flutuação de Swerling [1, 2, 6]:

Caso 1: $N_s = 1$	\Rightarrow	$d=2$ graus de liberdade
Caso 2: $N_s = N_p$	\Rightarrow	$d=2N_p$ graus de liberdade
Caso 3: $N_s = 2$	\Rightarrow	$d=4$ graus de liberdade
Caso 4: $N_s = 2N_p$	\Rightarrow	$d=4N_p$ graus de liberdade

onde N_p é o número de sinais ecos provenientes de um alvo iluminado pela antena do Radar, que podem ser integrados:

$$N_p = \left\lfloor \frac{\Phi_a}{\omega_a T_o} \right\rfloor \quad (11)$$

sendo ω_a a velocidade de rotação da antena e $\lfloor \cdot \rfloor$ o minorante inteiro.

Os casos 1 e 3 de Swerling correspondem as flutuações lentas (uma única realização da variável aleatória - v.a. - σ durante a varredura da antena pelo alvo) e os casos 2 e 4 de Swerling correspondem as flutuações rápidas (uma realização da v.a. σ para cada sinal eco recebido).

A distribuição χ_d^2 é dada por:

$$p(x) = \frac{1}{\Gamma(d/2)} \left(\frac{x}{2}\right)^{(d/2)-1} \exp\left(-\frac{x}{2}\right). \quad (12)$$

Seja a Função $K_m(\cdot, \cdot)$ definida como a integral da função Chi-Quadrado e $K_m^{-1}(\cdot, \cdot)$ a sua inversa [2]:

$$K_m(x, d) = 1 - \Gamma\left(\frac{x}{2}, \frac{d}{2}\right) \quad (13)$$

$$K_m^{-1}(P, d) = 2\Gamma^{-1}\left(1 - P, \frac{d}{2}\right) \quad (14)$$

onde $\Gamma(a, x)$ é a Função Gama incompleta:

$$\Gamma(x, a) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt \quad (15)$$

A Detectabilidade em função de P_{FA} e P_D pode então ser calculada por [2]:

$$D(P_D, P_{FA}, N_p, N_s) = \left[\frac{K_m^{-1}(P_{FA}, 2N_p) - 2(N_p - N_s)}{K_m^{-1}(P_D, 2N_s)} - 1 \right] \frac{N_s}{N_p} \quad (16)$$

Dada uma relação sinal-ruído SNR e uma Probabilidade de Falso Alarme (P_{fa}) pode-se também calcular a Probabilidade de Detecção (P_d) correspondente pela relação [2]:

$$P_d(SNR, P_{fa}, N_p, N_s) = K_m \left(\frac{K_m^{-1}(P_{fa}, 2N_p) - 2(N_p - N_s)}{\frac{N_p}{N_s} SNR + 1}, 2N_s \right) \quad (17)$$

IV. INTERFERÊNCIA

Considerando-se um interferidor (*Jammer*) de auto proteção, localizado no alvo, a potência de *jamming* na saída da antena do Radar pode ser expressa por [6, 7, 8]:

$$J_a = \frac{P_j G_j(\theta_r, \phi_r) G_a(\theta_t, \phi_t) \lambda^2}{(4\pi R)^2 L_j} \quad (18)$$

onde $G_j(\theta_r, \phi_r)$ é a função ganho da antena do interferidor na direção do Radar, L_j são as perdas no *jammer* e no meio e P_j é a potência média do interferidor que é transmitida na faixa de passagem do Radar:

$$P_j = \eta_j B_n \quad (19)$$

sendo $\eta_j/2$ a densidade espectral da interferência considerada um ruído branco gaussiano.

A relação sinal-ruído-interferência na saída do receptor pode então ser representada por:

$$SRI = \frac{P_t G_a^2(\theta_t, \phi_t) \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L_R (N_0 + J_a)} \sigma \quad (20)$$

V. CENÁRIO TESTE COM RADAR DE VIGILÂNCIA

Foi calculado o desempenho de um Radar de Vigilância Aérea em termos do valor de P_d para sete valores de eficiência da antena, considerando-se os quatro casos de Swerling e P_{fa} igual a 10^{-6} e 10^{-3} .

A. Características da antena do Radar

Frequência da portadora $f_p = 2,8$ GHz (Banda S), velocidade de rotação da antena $\omega_a = 12,5$ rpm, abertura do feixe azimutal $\Phi_a = 1,35^\circ$, abertura do feixe em elevação $\Theta_e = 50^\circ$. Utilizando-se (3) obtém-se $D_a \cong 27,86$ dBi.

Considerou-se que a função diretividade é constante e igual a 27,86 dBi na abertura do feixe relativa a Φ_a e Θ_e e que fora do feixe a função diretividade tem valor de 7,86 dBi (20 dB

menor). Supondo-se que a temperatura de ruído de fundo, independente da direção azimutal, e tal que [3]

$$T_f(\theta, \phi) = \begin{cases} 10K & 0 \leq \theta < 45^\circ \\ 80K & 45^\circ \leq \theta < 95^\circ \\ 250K & 95^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases} \quad (21)$$

e que o ângulo de apontamento do feixe em elevação é 70° , obtém-se de (5) a temperatura de brilho $T_b = 139$ K.

Consideraram-se ainda sete valores para a eficiência da antena: no intervalo $[0,60 - 0,90]$: $e_a(k) = 0,60 + 0,05 k$, com $k = 0, 1, \dots, 6$. Para estes valores de eficiência obtém-se os ganhos da antena: $G_a = 25,64, 25,99, 26,31, 26,61, 26,89, 27,16$ e $27,40$ dBi. Admitindo $T_{amb} = 300K$, para cada valor de eficiência obtém-se de (4) as temperaturas efetivas de ruído da antena: $T_a = 202,8, 194,7, 186,6, 178,5, 170,4, 163,3$ e $154,2$ K.

B. Características do Radar e do alvo

Considerou-se $P_m = 56$ dBm, $T_0 = 1/700$ s, $T_p = 0,6\mu$ s (resolução em alcance de 90 m), $L_R = 2,1$ dB, $B_n = 1,33$ MHz e $F_{no} = 2,3$ dB. De (11) obtém-se que 13 sinais ecos podem ser integrados ($N_p = 13$). Admitiu-se a existência de um alvo com Seção Reta-Radar $\sigma = 10$ m² e velocidade radial $v_r = 200$ m/s. A Fig. 3 mostra a relação sinal-ruído, expressa em (7), para os valores extremos da eficiência da antena considerada.

C. Perda no tempo de reação

As Fig. 4 (a) e (b) mostram os valores de P_d em função da distância do alvo ao Radar, tendo-se como parâmetros os quatro casos de Swerling, $P_{fa} = 10^{-6}$ e $P_{fa} = 10^{-3}$ e os valores extremos de e_a (0,6 e 0,9).

Nota-se na para Fig. 4 que para $P_d > 30\%$ o pior caso (menor alcance) se dá para o caso 1 de Swerling seguido pelos casos 2, 3 e 4. Para cada caso de Swerling o menor valor de eficiência da antena corresponde aos piores casos. Quanto maior o valor de P_d maior será a diferença entre o desempenho dos casos de Swerling para um dado valor de eficiência da antena.

A Fig. 5 mostra a variação do alcance máximo para uma probabilidade máxima de Falso alarme $P_{FA} = 10^{-6}$ e uma probabilidade mínima de detecção $P_D = 50\%$ e 80% , para os quatro casos de Swerling. Desta figura constata-se que a diferença de distância ΔR entre os valores extremos da eficiência da antena é de:

$$\Delta R \cong 33 \text{ km, para } P_D = 50\%$$

$$\Delta R \cong 28 \text{ km, para } P_D = 80\%$$

ΔR corresponde a uma perda no alcance do Radar para se detectar o alvo com $P_{FA} = 10^{-6}$ e a P_D especificada de 50% ou 80%.

Levando-se em conta a velocidade de aproximação do alvo igual a $v_r = 200$ m/s, tem-se um atraso na tomada de decisão para uma eventual reação ($\Delta T = \Delta R/v_r$) de:

$$\Delta T \cong 165 \text{ s, para } P_D = 50\%$$

$$\Delta T \cong 140 \text{ s, para } P_D = 80\%$$

Estas perdas correspondem a um percentual de aproximadamente 20% da distância ou do tempo de reação.

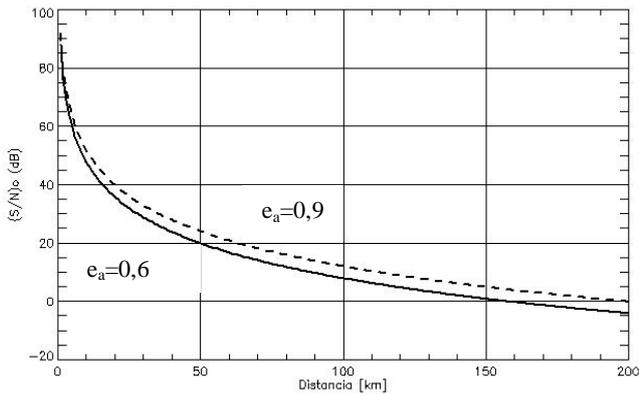
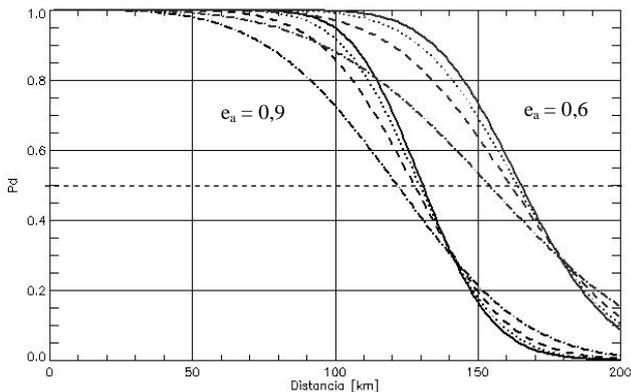
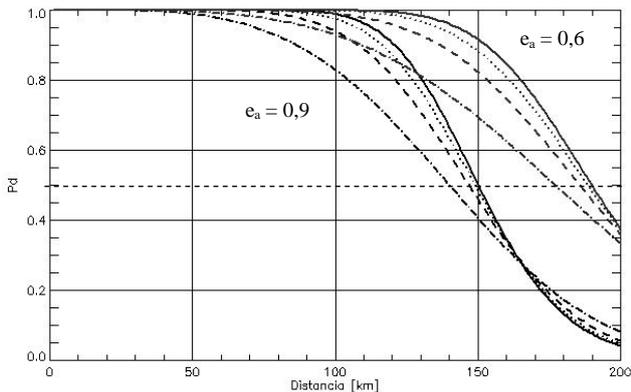


Fig. 3. Relação sinal-ruído para $e_a = 0,6$ e $e_a = 0,9$.



a) $P_{fa} = 10^{-6}$



b) $P_{fa} = 10^{-3}$

Fig. 4. P_D em função da distância: - - - - Swerling 1, - - - Swerling 2, Swerling 3 e — Swerling 4.

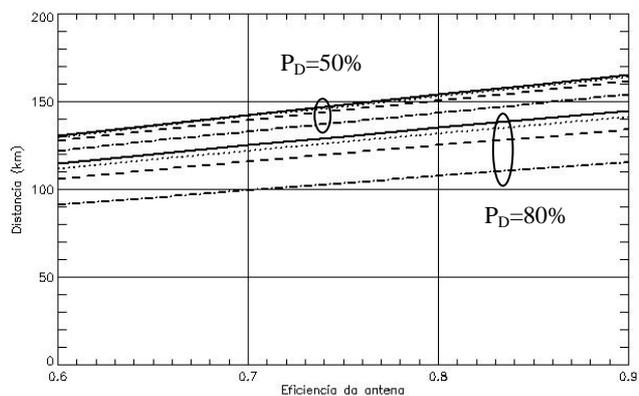


Fig. 5. Distância máxima em função da eficiência da antenna para $P_{FA} = 10^{-6}$ e P_D de 50% e 80% : - - - - Swerling 1, - - - Swerling 2, Swerling 3 e — Swerling 4.

VI. CENÁRIO TESTE COM RADAR DE RASTREIO

Foi calculado o desempenho de um Radar de Rastreo em termos do valor de P_d para os sete valores de eficiência da antenna considerados anteriormente, considerando-se os quatro casos de Swerling, P_{fa} igual a 10^{-6} e 10^{-3} e quando há *jamming* como Contra Medida Eletrônica (CME) gerado no próprio alvo.

A. Características da antenna do Radar

Frequência da portadora $f_p = 5,9$ GHz (Banda C), abertura do feixe azimutal e em elevação $\Phi_a = \Theta_e = 1,4^\circ$ que correspondem a $D_a \cong 43,23$ dBi.

Considerou-se que a função diretividade é constante e igual a 43,23 dBi na abertura do feixe relativa a Φ_a e Θ_e e que fora do feixe a função diretividade tem valor de 23,23 dBi (20 dB menor). Supondo-se que a temperatura de ruído de fundo é dada por (21) e que o ângulo de apontamento do feixe em elevação é 85° , obtém-se de (5) a temperatura de brilho $T_b = 147$ K.

Consideraram-se ainda os sete valores para a eficiência da antenna: no intervalo $[0,60 - 0,90]$: $e_a(k) = 0,60 + 0,05 k$, com $k = 0, 1, \dots, 6$. Para estes valores de eficiência obtém-se os ganhos da antenna: $G_a = 41,01, 41,36, 41,68, 41,98, 42,26, 42,53$ e $42,77$ dBi. Admitindo $T_{amb} = 300$ K, para cada valor de eficiência obtém-se de (4) as temperaturas efetivas de ruído da antenna: $T_a = 208,2, 200,6, 192,9, 185,3, 177,6, 170,0$ e $162,3$ K.

B. Características do Radar e do alvo

Considerou-se $P_m = 56$ dBm, $T_0 = 1/600$ s, $T_p = 0,3$ μ s (resolução em alcance de 45 m), $L_R = 1,3$ dB, $B_n = 2,67$ MHz e $F_{n0} = 2,3$ dB. Considera-se ainda que 40 sinais ecos podem ser integrados ($N_p = 40$) e $\sigma = 5$ m².

C. Jamming

Considerou-se um interferidor (Jammer) no alvo, com diretividade 9,9 dBi e ganho de 8,95 dBi (eficiência da antenna do *Jammer* igual a 0,8). A Fig. 6 mostra a variação da relação sinal-*jamming* em função do alcance para os valores extremos da eficiência da antenna do Radar (0,6 e 0,9).

Observa-se na Fig. 6 que o alcance, quando a potência do sinal eco é igual a potência do *jamming* (crossover, 0 dB), varia de aproximadamente 300m quando se considera os valores extremos da eficiência da antenna do Radar.

D. Perda no alcance

As Fig. 7 (a) e (b) mostram os valores de P_d em função da distância do alvo ao Radar, tendo-se como parâmetros os quatro casos de Swerling, $P_{fa} = 10^{-6}$ e $P_{fa} = 10^{-3}$ e os valores extremos de e_a (0,6 e 0,9).

Nota-se, como anteriormente, na para Fig. 7 que para $P_d > 30\%$ o pior caso (menor alcance) se dá para o caso 1 de Swerling seguido pelos casos 2, 3 e 4. Para cada caso de Swerling o menor valor de eficiência da antenna corresponde aos piores casos.

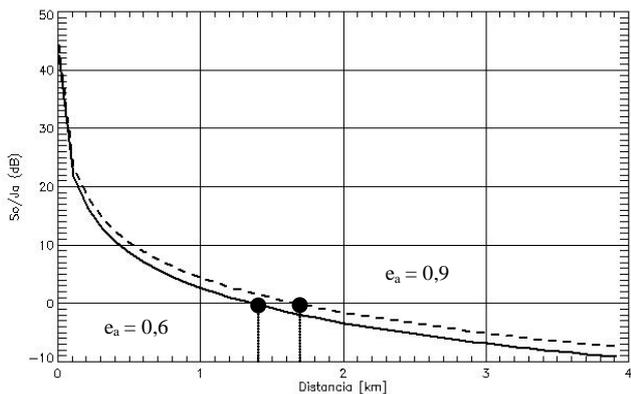
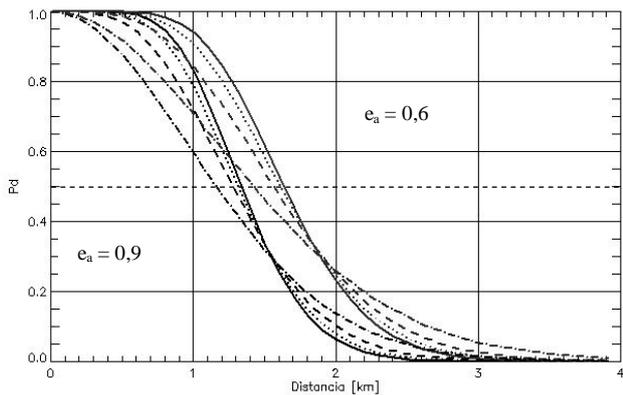
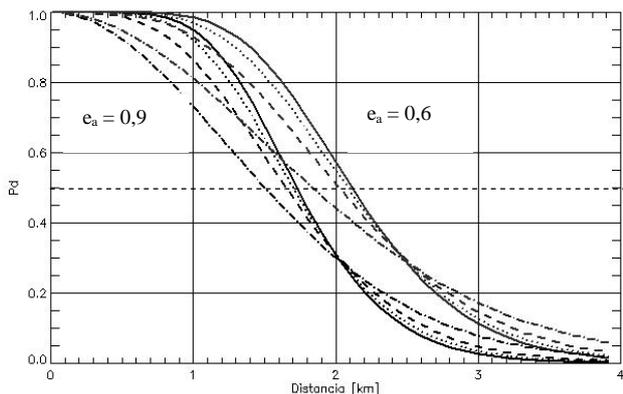


Fig. 6. Relação do sinal-jamming para $e_a = 0,6$ e $e_a = 0,9$.



a) $P_{fa} = 10^{-6}$



b) $P_{fa} = 10^{-3}$

Fig. 7. P_D em função da distância: \cdots Swerling 1, $---$ Swerling 2, \cdots Swerling 3 e $---$ Swerling 4.

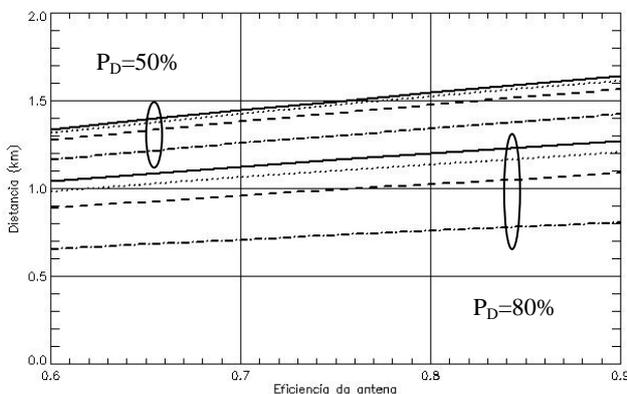


Fig. 8. Distância máxima em função da eficiência da antena para $P_{FA} = 10^{-6}$: \cdots Swerling 1, $---$ Swerling 2, \cdots Swerling 3 e $---$ Swerling 4.

Quanto maior o valor de P_d maior será a diferença entre o desempenho dos casos de Swerling para um dado valor de eficiência da antena

A Fig. 8 mostra a variação do alcance máximo para uma probabilidade máxima de Falso alarme $P_{FA} = 10^{-6}$ e uma probabilidade mínima de detecção $P_D = 50\%$ e 80% , para os quatro casos de Swerling. Desta figura constata-se que a diferença de distância ΔR entre os valores extremos da eficiência da antena é de:

- $\Delta R \cong 147$ m, para $P_D = 80\%$ e Swerling 1
- $\Delta R \cong 199$ m, para $P_D = 80\%$ e Swerling 2
- $\Delta R \cong 221$ m, para $P_D = 80\%$ e Swerling 3
- $\Delta R \cong 233$ m, para $P_D = 80\%$ e Swerling 4
- $\Delta R \cong 261$ m, para $P_D = 50\%$ e Swerling 1
- $\Delta R \cong 287$ m, para $P_D = 50\%$ e Swerling 2
- $\Delta R \cong 296$ m, para $P_D = 50\%$ e Swerling 3
- $\Delta R \cong 300$ m, para $P_D = 50\%$ e Swerling 4

ΔR corresponde a uma perda no alcance do Radar para se detectar o alvos com $P_{FA} = 10^{-6}$ e a P_D especificada de 50% ou 80%. Estas perdas correspondem a um percentual de diminuição da distância de aproximadamente 18%.

VII. CONCLUSÕES

Fez-se a análise da influência da eficiência da antena de um Radar no processo de detecção de alvos, para dois cenários de teste, um com um Radar de Vigilância e outro com um Radar de Rastreo, considerando-se os quatro casos de flutuação de Swerling e a integração não coerente de pulsos.

Na avaliação realizada o alcance para os casos extremos de eficiência da antena (0,6 e 0,9), considerando-se $P_{FA} = 10^{-6}$ e uma probabilidade mínima de detecção $P_D = 50\%$ e 80% , implicaram em uma diferença de aproximadamente 19% na distância de detecção o alvo.

Esse percentual de perda de alcance também pode ser relacionado com uma perda no tempo de reação a uma ameaça.

Dependendo do cenário operacional, tanto a perda de alcance como a conseqüente perda no tempo de reação, calculada neste trabalho como sendo de 19%, podem impactar negativamente o processo de detecção e de reação a uma ameaça, tornado assim mais vulnerável um sistema de defesa aérea.

REFERÊNCIAS

- [1] I. M. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*. New York: Academic, 1963.
- [2] D. K. Barton, "Universal Equation for Radar Target Detection", *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, Vol. 41, No. 3, July 2005, pp. 1049-1051.
- [3] D. M. Pozar, *Microwave and RF Design of Wireless Systems*, New York: John Wiley & Sons, Inc, 2001.
- [4] C. A. Balanis, *Antenna theory: analysis and design*, 3rd ed., New York: John Wiley, 2005.
- [5] P. Z. Peebles Jr., *Probability, Random Variables and Random Signals Principles*, New York: McGraw-Hill, 1993.
- [6] S. Kingsley and S. Quegan, *Understanding Radar System*, London: McGraw-Hill, 1992.
- [7] F. Neri, *Introduction to Electronic Defense System*, 2nd ed., Artech House, 2001.
- [8] D. C. Scheleher, *Warfare in the Information Age*, Artech House, 1999.