

Avaliação do Método MHT em Cenários com Múltiplos Alvos

Stiven Schwanz Dias^{1,2}, José Fernando Basso Brancalion¹ e Karl Heinz Kienitz²

¹Empresa Brasileira de Aeronáutica S/A, EMBRAER, Av. Brigadeiro Faria Lima, 2170 – 12227-901, São José dos Campos, SP

²Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Comando-Geral de Tecnologia Aeroespacial, Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 – 12228-900, São José dos Campos, SP

Resumo — Rastrear múltiplos alvos é um requisito fundamental para sistemas de vigilância que empregam um ou mais sensores para criar uma visão situacional única e coerente do cenário observado. *Multiple Hypothesis Tracking* (MHT) é uma técnica que lida com o problema de associação de dados – decorrente da incerteza quanto à origem de medidas – em cenários com múltiplos alvos. Este trabalho compara o MHT com outra técnica em termos de métricas bem determinadas para a quantificação da efetividade de rastreamento. A principal motivação é entender como a estratégia de associação de dados do MHT se reflete na sua efetividade e desempenho.

Palavras-chaves — Fusão de Dados, Associação de Dados, MTT, MHT.

I. INTRODUÇÃO

Rastrear múltiplos alvos é um requisito fundamental para sistemas de vigilância ou de controle de tráfego aéreo que empregam um ou mais sensores aliados a sistemas computacionais para interpretar o ambiente observado e criar uma visão situacional coerente e única dos alvos presentes no cenário real [1].

Os princípios básicos das técnicas de rastreamento de múltiplos alvos ou *Multiple Target Tracking* (MTT) foram identificados pela primeira vez por Wax em 1955 [2]. Naquela época, pistas – ou *tracks*, na língua inglesa – eram formadas manualmente por operadores conectando detecções ou ecos no *Plain Position Indicator* (PPI) do radar. Wax notou a semelhança do problema de rastreamento a partir de medidas de radar com a física de partículas, na qual o caminho seguido por uma partícula deve ser identificado na presença de um ruído aleatório de fundo. Com base nessas observações, ele reconheceu os elementos básicos comuns às técnicas de MTT: iniciação, manutenção e eliminação de pistas.

Em 1964, Sitler, em seu trabalho pioneiro [3], postulou a formulação Bayesiana que serviu de base para trabalhos futuros na área. No entanto, a teoria MTT só se tornou um tópico de maior interesse a partir da difusão das técnicas de filtragem de Kalman [4] na década de 70. A partir de então, os trabalhos de Bar-Shalom [5] e Singer [6] deram início ao desenvolvimento das técnicas modernas de MTT que combinam correlação e filtragem de Kalman.

Dentre as técnicas modernas de MTT, destaca-se o *Multiple Hypothesis Tracking* (MHT). O MHT é uma heurística que proporciona uma solução subótima para o problema de associação de dados em sua versão *NP-hard* [7], na qual várias hipóteses de associação entre medidas e pistas são consideradas simultaneamente. Por pertencer à classe de problemas *NP-hard*, até o momento, não se sabe se é possível desenvolver – e, portanto, ainda não há – um algoritmo que produza em tempo assintótico polinomial em relação ao tamanho da entrada uma solução ótima para esta generalização do problema de associação de dados [8].

Reid, em seu trabalho [9] publicado em 1979, foi o primeiro a propor uma versão computacionalmente viável do MHT capaz de efetivamente lidar com várias pistas e produzir uma solução subótima para o problema generalizado de associação de dados. Desde então, variações do método inicial apresentado por Reid têm sido propostas. O presente trabalho trata da avaliação de uma abordagem para o MHT discutida por Blackman em [10], o MHT orientado a pistas.

O objetivo deste trabalho é avaliar a efetividade de rastreamento do método MHT em cenários com múltiplos alvos e apenas um sensor em termos de métricas bem definidas de quantificação da qualidade dos resultados (vide [11]). Por definição *ad hoc*, a efetividade de rastreamento é a capacidade de um método de rastreamento estimar a posição real dos alvos a despeito das incertezas e dos ruídos presentes nas medidas, bem como das incertezas de associação entre medidas e pistas num cenário com múltiplos alvos.

Neste trabalho são utilizados cenários simulados, encontrados na literatura [12], gerados a partir da composição de modelos matemáticos de trajetórias de alvos. Apesar de simplificarem situações reais, os cenários simulados permitem utilizar métricas mais elaboradas para avaliar os resultados, uma vez que as trajetórias reais dos alvos são conhecidas a priori. Concomitantemente aos modelos de trajetórias, também é empregado um modelo matemático-computacional representativo de radar baseado no modelo simplificado de radar de ruído Gaussiano utilizado por Peters em [13], a fim de se gerar medidas – ou *plots*, do inglês – de radar dos alvos presentes nos cenários simulados.

Os resultados desse estudo sugerem que o método MHT é mais robusto que o método de *benchmark* utilizado, o *Global Nearest-Neighbor* (GNN), ao aumento de densidade de falsos alarmes. Por outro lado, os resultados mostram que o GNN é mais indicado para cenários com poucos alvos e com baixa densidade de falsos alarmes.

S. S. Dias, stiven.dias@embraer.com.br, Tel +55-12-39275392, J. F. B. Brancalion, jose.brancalion@embraer.com.br, Tel. +55-12-39270939, Fax +55-12-39275017, K. H. Kienitz, kienitz@ieee.org, Tel. +55-12-39476931.

II. RASTREAMENTO SIMULTÂNEO DE MÚLTIPLOS ALVOS

Sistemas de rastreamento são projetados para criarem uma visão situacional única e coerente ao longo do tempo do cenário de interesse. Em linhas gerais, essa visão situacional é composta por entidades internas ao sistema de rastreamento, denominadas pistas, que representam alvos reais presentes no cenário observado. As pistas contêm estimativas atuais do estado (posição, velocidade e direção, por exemplo) dos alvos, possivelmente em movimento, presentes no cenário. Além disso, o estado de uma pista condensa todo o histórico de medidas associadas à mesma numa estimativa sintética das variáveis cinemáticas do alvo. Por fim, numa visão situacional única, há uma pista para cada alvo do cenário observado, enquanto que numa visão coerente no tempo, os alvos são representados pelas mesmas pistas no decorrer do tempo.

A. O Problema de Associação de Dados

Os sistemas de rastreamento de alvos podem ser classificados como do tipo *Single Target Tracking* (STT), aqueles capazes de rastrear apenas um alvo, ou do tipo MTT, aqueles capazes de lidar com múltiplos alvos simultaneamente [10]. Tanto em sistemas STT como em sistemas MTT, os estados das pistas são estimados a partir de medidas ruidosas e de origem incerta, uma vez que não se sabe de antemão quais medidas são espúrias e quais são geradas a partir de alvos reais. Não obstante, o projeto de sistemas MTT apresenta uma complexidade adicional: em cenários com múltiplos alvos, não se sabe quais medidas correspondem a quais alvos.

A incerteza quanto à origem de medidas tomadas de um cenário com um ou mais alvos caracteriza o problema de associação de dados. Mais especificamente, o problema de associação de dados surge quando há mais de uma possibilidade de associação de uma medida com pistas mantidas pelo sistema de rastreamento. Assim, para lidar com o problema de associação, o projetista de sistemas MTT deve avaliar estratégias de como estabelecer correspondências entre medidas coletadas do cenário e pistas existentes.

Sistemas MTT recursivos utilizam, de modo geral, dois passos em comum: os testes de *Gating* e o processo de associação entre medidas e pistas [11]. Os testes de *Gating* visam determinar quais pares de associação entre pistas extrapoladas e medidas são plausíveis. Um par medida-pista é plausível se a medida estiver dentro de uma região passível de associação em torno da pista. Esta região é denominada comumente na língua inglesa de *Gate*. Após os testes de *Gating*, um procedimento mais refinado de associação é utilizado para determinar a correspondência definitiva entre pistas e medidas.

A Fig. 1 ilustra o problema de associação de dados. Na figura, é mostrado um cenário com três pistas (triângulos) e quatro medidas ou observações (quadrados). As elipses em torno das pistas representam os *Gates*. Como pode ser observado na figura, existe uma situação conflitante na qual a medida O2 pode ser associada tanto à pista T1, quanto à pista T2.

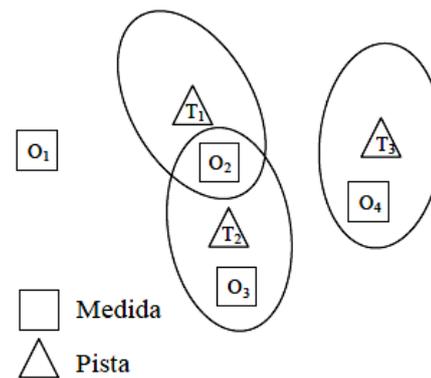


Fig. 1. Testes de *Gating*.

Apesar de existirem variações no tipo de *Gate*, o que diferencia efetivamente uma estratégia de outra é o modo pelo qual são estabelecidas as associações entre pistas e medidas. Como exemplos, podem-se tomar duas estratégias convencionais como definidas em [10]: o *Global Nearest-Neighbor* (GNN) e o *Joint Probabilistic Data Association* (JPDA). Ambas podem usar o mesmo tipo de *Gate*, entretanto, possuem métodos bem distintos de associação entre pistas e medidas.

B. Contextualização do Método MHT

No decorrer do desenvolvimento da teoria MTT, foram propostas várias abordagens para resolver o problema de associação de dados. O MHT, em particular, utiliza uma estratégia ímpar que o diferencia significativamente dos métodos convencionais.

Apesar de utilizarem estratégias de associação distintas, os métodos convencionais propõem uma solução imediata para o problema de associação quando da chegada de novas medidas e, dessa forma, determinam associações definitivas entre pistas e medidas. Por outro lado, o MHT posterga a solução do problema de associação até que sejam coletadas observações suficientes para se precisar com mais confiança quais associações são plausíveis e, portanto, não estabelece associações definitivas. Essa característica é justamente aquela que o diferencia radicalmente dos demais métodos.

Para tanto, para uma pista, o MHT cria tantos pares de associação, quanto for o número de medidas associáveis a mesma. Neste contexto, um par de associação representa uma hipótese de associação de uma pista a uma medida, e é mantido até que informações suficientes provenientes de medidas sejam coletadas, a fim de se julgar se o par deve ser confirmado ou excluído. Sendo assim, o MHT mantém a cada iteração do método mais de uma hipótese de associação entre pistas e medidas.

O caráter combinatorial dessa estratégia favorece a explosão do número de hipóteses ao longo das iterações. Posto que um crescimento descontrolado do número de hipóteses pode sobrecarregar a plataforma computacional que executa o método, é crucial que o MHT possua mecanismos para manter o número de hipóteses em níveis aceitáveis.

Reid, em seu trabalho [9] do ano de 1979, foi o primeiro a propor uma versão computacionalmente viável do MHT. Desde então, como discutido por Blackman em [14], a técnica inicial proposta por Reid vem sendo aprimorada para lidar com cada vez mais alvos e para aproveitar melhor os recursos computacionais, cada vez mais abundantes, presentes nas plataformas computacionais modernas.

III. METODOLOGIA

Este capítulo apresenta de forma sucinta a metodologia adotada no desenvolvimento deste trabalho. Mais detalhes acerca da metodologia empregada nesse trabalho podem ser obtidos em [11].

A. Abordagem MHT Adotada

Neste trabalho, optou-se pela abordagem orientada a pistas para o método MHT. Em especial, adotou-se a abordagem *Structured Branching* discutida por Blackman em [10].

A Fig. 2 mostra os sete principais passos da abordagem do método MHT orientada a pistas. Em linhas gerais, as observações são utilizadas no Passo 1 para formar novas pistas a partir da associação com pistas extrapoladas provenientes da iteração anterior. As pistas formadas são avaliadas no Passo 2 e de acordo com a qualidade das pistas elas podem ser confirmadas, mantidas ou excluídas. As pistas confirmadas são agrupadas em clusters no Passo 3 e, a seguir, combinadas em hipóteses de pistas compatíveis, isto é, que não compartilham medidas em comum, no Passo 4. Em seguida, um procedimento de poda de pistas em nível global é utilizado no Passo 5 para excluir hipóteses e, por conseguinte, pistas improváveis. No Passo 6, as pistas sobreviventes ao procedimento de poda global são atualizadas com as medidas, além disso, pistas semelhantes são combinadas e, por fim, as pistas remanescentes são extrapoladas para a próxima iteração. O Passo 7 implementa uma lógica de apresentação ao usuário que seleciona as melhores pistas, ainda não extrapoladas, provenientes do Passo 6 para criar uma representação consistente e estável do cenário observado. O ciclo se repete com a chegada de novas observações.

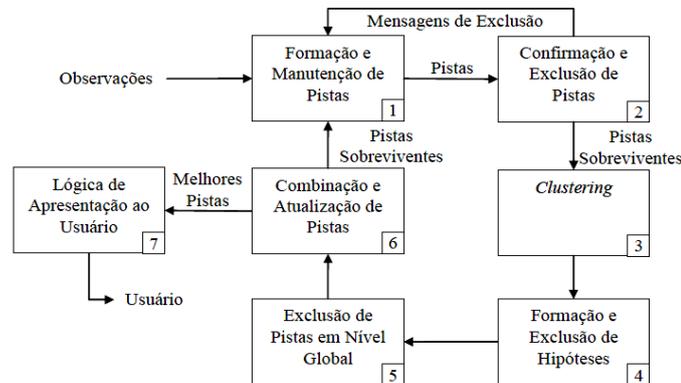


Fig. 2. MHT Orientado a Pistas (adaptado de [10]).

B. Modelo de Dinâmica de Alvos

No presente trabalho, as dinâmicas dos alvos são modeladas de acordo com o modelo de aceleração como ruído branco proposto por Bar-Shalom *et al* em [15]. Neste modelo de dinâmica, os alvos possuem velocidade constante a menos de uma perturbação na aceleração na forma de um ruído estritamente branco. Não obstante, este trabalho emprega o modelo direto em tempo discreto, isto é, obtido diretamente sem discretizar o modelo contínuo. Por fim, uma vez estabelecidas associações entre pistas e medidas, o Filtro de Kalman [4] é empregado para atualizar as pistas e, assim, produzir estimativas dos estados reais dos alvos.

C. Efetividade de Rastreamento

A metodologia de avaliação de sistemas MTT utilizada nesse trabalho é baseada na metodologia proposta por Blackman em [1]. Seu objetivo é calcular uma medida de efetividade global (do inglês, MOE – *Measure Of Effectiveness*) de métodos MTT que reflita aspectos relevantes ao problema de rastreamento de múltiplos alvos, tais como: iniciação tardia de pistas, morte prematura de pistas, troca de pistas referentes a um mesmo alvo e apresentação de pistas falsas. Uma vez estabelecida uma medida de efetividade global – ou MOE, por simplicidade – para métodos MTT, pode-se comparar a versão do método MHT estudada neste trabalho com outros métodos presentes na literatura.

IV. EXPERIMENTOS

Este capítulo apresenta os resultados de quatro experimentos realizados para medir a efetividade do MHT.

A. Cenários Empregados

O MHT foi avaliado em quatro cenários formados por múltiplos alvos e por um único radar fixo localizado numa posição (latitude, longitude e altitude) conhecida. Para compor os cenários, foram consideradas combinações de quatro alvos distintos com trajetórias pré-definidas (vide o trabalho de Peters, [12]), denominados, daqui por diante, de alvos A1, A2, A3 e A4.

Os cenários utilizados possuem níveis incrementais de dificuldade. O propósito dessa abordagem é avaliar o impacto da complexidade do cenário na medida de efetividade do MHT. O primeiro cenário possui dois alvos – A1 e A2 – manobráveis se cruzando em vários pontos de suas trajetórias num ambiente sem *clutter*. O *clutter* corresponde à porção das detecções do radar retornada de alvos tais como objetos naturais (solo, mar, tempestades, etc) que não interessam ao sistema de rastreamento. O segundo e o terceiro cenários possuem respectivamente três – A1, A2 e A3 – e quatro – A1, A2, A3 e A4 – alvos se cruzando nas mesmas condições. Já o último cenário é igual ao terceiro com a adição de *clutter*.

Embora o *clutter* possa ter origem tanto no processo de medida, como no próprio ambiente, neste trabalho, o *clutter* foi gerado pelo modelo de radar por meio do acréscimo de medidas espúrias às detecções dos alvos presentes no cenário simulado com uma probabilidade de falso alarme de 10^{-5} . Por fim, vale ressaltar que o aumento da densidade de *clutter* favorece a formação de pistas falsas pelo sistema de rastreio e, dessa forma, pode diminuir a MOE.

Foram selecionadas quatro trajetórias do trabalho de Peters [12], uma para cada alvo usado no presente trabalho. Em linhas gerais, as trajetórias selecionadas são formas de onda compostas por séries de arcos circulares que alternam de um lado para o outro enquanto mantém uma altitude de 1000 metros. As formas de onda das quatro trajetórias possuem a mesma amplitude e velocidade, 5 km e 300 m/s, respectivamente. Por outro lado, cada trajetória possui uma curvatura diferente. Quanto menor a curvatura da trajetória, maior a manobrabilidade do alvo.

A TABELA I mostra as curvaturas das trajetórias dos alvos utilizados neste trabalho.

TABELA I CURVATURAS DAS TRAJETÓRIAS DOS ALVOS

Alvo	Curvatura (Km)
A1	20,0
A2	10,0
A3	6,7
A4	5,0

Como pode ser notado na TABELA I, a trajetória do alvo A4 é a que possui menor curvatura e, portanto, o alvo A4 é o mais manobrável. Não obstante, vale ressaltar que as trajetórias dos alvos A1, A2, A3 e A4 partem de um mesmo ponto no espaço e seguem numa mesma direção. Visto que os alvos possuem a mesma velocidade e trajetórias com curvaturas diferentes, eles se aproximarão mais nos instantes iniciais das simulações.

B. Resultados

Para efeito de ilustração, a Fig. 3 mostra as medidas produzidas pelo modelo de radar empregado durante o quarto experimento – de maior complexidade – num cenário com quatro alvos e com presença de clutter. As medidas são tomadas durante 500 segundos de simulação das trajetórias partindo de uma localização próxima ao canto inferior esquerdo do indicador do radar.

O modelo de radar (no centro do cenário) foi configurado de forma a possuir um alcance de 50 milhas náuticas, uma probabilidade de detecção de 0,95 e uma taxa de revolução de 10 rpm. Além disso, os ruídos de medida inseridos pelo mesmo foram modelados por meio de distribuições normais com média zero e variâncias de 0,25 graus para azimute, 0,25 graus para elevação e 25 metros para alcance. Para efeito de simplificação, não foram consideradas restrições de abertura do feixe da antena em elevação.

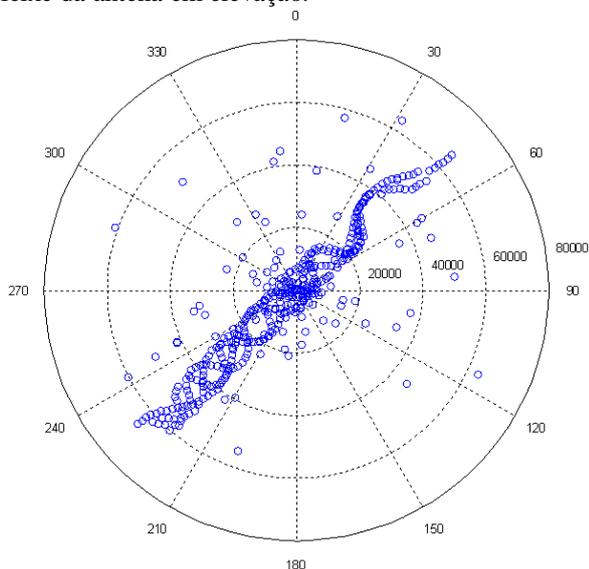


Fig 3. Medidas do radar geradas no quarto experimento.

A Fig. 4 mostra os rastros das pistas produzidas pelo MHT. Na figura, as pistas são representadas por marcações de cores e formas diferentes e a posição do radar é representada por um círculo vermelho. Além disso, é mostrado um mapa ao fundo usado como referência para melhor visualização das trajetórias. Como pode ser constatado na figura, qualitativamente, o MHT foi capaz de resolver o cenário e manter, com exceção aos instantes iniciais, uma mesma pista para cada alvo ao longo da simulação.

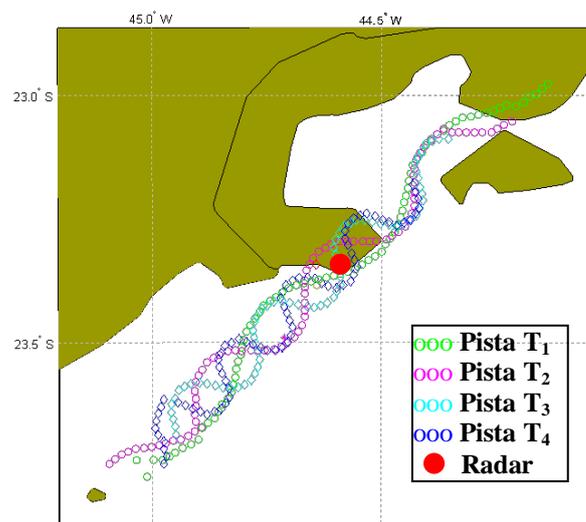


Fig 4. Rastros das pistas formadas no quarto experimento.

A fim de se avaliar quantitativamente a efetividade de rastreamento do método MHT, utilizou-se o GNN como método de benchmark.

A versão GNN de benchmark utiliza o mesmo modelo de dinâmica de alvo e filtro de Kalman empregado pelo MHT neste estudo, bem como o mesmo tamanho de Gate que o adotado na lógica interna do MHT. A escolha do mesmo modelo de dinâmica e do mesmo tamanho de Gate visou evidenciar as diferenças entre os métodos de associação de dados utilizados pelo MHT e pelo GNN. Também se empregou a iniciação com apenas um ponto (medida) para formar pistas preliminares combinada à lógica SPRT (do inglês, Sequential Probability Ratio Test) [11] para confirmação e exclusão de pistas. Os parâmetros escolhidos para ambos foram os mesmos escolhidos para o MHT. Entretanto, a lógica de exclusão de pistas com base no SPRT se mostrou muito restritiva para o método GNN e os resultados do GNN com base nessa lógica de exclusão se mostraram pouco efetivos (MØE 0%) em todos os experimentos. Logo, empregou-se a lógica de exclusão de pistas baseada no número máximo de extrapolações para o método GNN. O número máximo de extrapolações foi ajustado para 3 (três).

A baixa efetividade do método GNN quando combinado à lógica de exclusão SPRT é decorrente da escolha do modelo de dinâmica e da escolha do tamanho do Gate. Pistas com o modelo simplificado de dinâmica escolhido neste trabalho não conseguem acompanhar alvos muito manobráveis. Dessa forma, utilizou-se um tamanho de Gate suficientemente grande para que a pista não perdesse o alvo. Vale ressaltar que esse tamanho de Gate foi utilizado tanto no GNN quanto no MHT.

O método de associação de dados do MHT diminui o impacto desse problema, uma vez que, nessas circunstâncias, o MHT também mantém a hipótese da pista em questão ser extrapolada. Não obstante, também se submeteu o MHT aos mesmos experimentos utilizando a lógica de exclusão de pistas com base no número de extrapolações.

Para fins de comparação, o GNN e o MHT foram submetidos aos mesmos experimentos. As métricas foram calculadas para ambos nos quatro cenários apresentados por meio de simulações de Monte Carlo. Ao todo, foram realizadas 100 rodadas de Monte Carlo por cenário, cada uma com duração de 500 segundos.

A TABELA II compara a MOE calculada para o MHT e para o GNN em cada cenário. Nela, são mostrados a média e o desvio padrão (entre parênteses) da medida de efetividade obtida em cada experimento.

TABELA II COMPARAÇÃO ENTRE O MHT E O GNN

Cenário	GNN	MHT	MHT
	Confirmação SPRT N _{extrapolações} = 3	Confirmação SPRT N _{extrapolações} = 3	Confirmação e Exclusão SPRT
1	96,7% (1,1%)	95,9% (6,1%)	95,4% (1,3%)
2	93,3% (2,4%)	92,1% (4,2%)	91,3% (4,8%)
3	91,3% (2,3%)	90,7% (2,9%)	89,1% (6,5%)
4	87,1% (3,7%)	89,7% (3,1%)	89,2% (3,4%)

Os resultados apresentados na TABELA II indicam que tanto a efetividade do método MHT como a efetividade do método GNN se degradam suavemente à medida que a complexidade do cenário aumenta. Além disso, nota-se que o método MHT com base nas duas lógicas de exclusão de pistas apresenta uma efetividade ligeiramente menor e mais variável (maior desvio padrão) do que a efetividade do método GNN nos três primeiros experimentos. Ao se comparar a evolução do número esperado de pistas produzidas pelo GNN – vide [11] – com a evolução do número de pistas produzidas pelo MHT nos experimentos, verifica-se que o MHT possui uma latência de iniciação de pistas maior que a latência de iniciação de pistas do GNN. Adicionalmente, vale lembrar que a latência de iniciação de pistas é penalizada pela metodologia de avaliação MTT empregada neste estudo. Sendo assim, a medida de efetividade do MHT é mais penalizada que a do GNN.

Por outro lado, o quarto experimento indica uma queda da efetividade do método GNN devido ao aumento de densidade de falsos alarmes ou medidas espúrias (*clutter*), enquanto que a efetividade do MHT sofreu impacto menos significativo devido à adição de *clutter*. Esse resultado sugere que o método MHT é mais robusto que o método GNN ao aumento de densidade de *clutter*.

Não obstante, como pode ser verificado ao se comparar a terceira e a quarta colunas da TABELA II, o MHT combinado à lógica de exclusão baseado no número máximo de extrapolações possui uma efetividade ligeiramente melhor do que o baseado na lógica SPRT. Assim como para o método GNN, essa diferença se deve à escolha da dinâmica dos alvos e do tamanho do *Gate*. Tanto a dinâmica, como o tamanho de *Gate* escolhido neste trabalho, tornam a exclusão de pistas com base na lógica SPRT muito restritiva.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo deste trabalho foi entender como a filosofia alternativa de associação de dados utilizada pelo MHT se reflete na sua efetividade e no seu desempenho em termos de métricas de quantificação da efetividade de rastreamento.

Os resultados encontrados indicam que tanto a efetividade do método MHT como a efetividade do método GNN se degradam suavemente à medida que a complexidade do cenário aumenta. Os resultados também demonstram que o método MHT apresenta uma efetividade ligeiramente menor do que a do método GNN nos cenários com poucos alvos e sem *clutter* devido a sua maior latência de inicialização de pistas. Apesar de ser possível diminuir essa diferença na medida de efetividade por meio do ajuste fino de parâmetros

do MHT, os resultados do GNN já são satisfatórios e a margem de ganho que se pode obter com o MHT nos cenários experimentados não justifica a complexidade adicional introduzida pelo seu uso. Logo, o GNN é mais indicado para cenários com poucos alvos e sem *clutter*.

Por outro lado, os resultados também sugerem que o método MHT é mais robusto que o método GNN ao aumento de densidade de falsos alarmes. Para verificar essa tendência, sugere-se que em trabalhos futuros sejam realizados experimentos com cenários mais complexos, por exemplo, com mais alvos ou mais *clutter*.

REFERÊNCIAS

- [1] Blackman, S. S. *Multiple-Target Tracking with Radar Application*, Artech House, ISBN 0-89006-179-3, 1986.
- [2] Wax, N. *Signal-to-Noise Improvement and the Statistics of Tracking Populations*, Journal of Applied Physics, Vol. 26, May 1955, pp. 586-595.
- [3] Sittler, R. W. *An Optimal Data Association problem in Surveillance Theory*, IEE Transactions on Military Electronics, MIL-8, April 1964, pp. 125-139.
- [4] Kalman, R. E. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Journal of Basic Engineering, March 1960, pp.35-46.
- [5] Jaffer, A. J. Bar-Shalom, Y. *On Optimal Tracking in Multiple Target Environments*, Proceedings of the Third Symposium on Non-Linear Estimation Theory and Its Applications, San Diego, CA, Sept. 11-13, 1972, pp. 112-117.
- [6] Singer, R. A. Stein J. J. *An Optimal Tracking Filter for Processing Sensor Data of Imprecisely Determined Origin in Surveillance Systems*, Proceedings of the 1971 IEEE Conference on Decision and Control, Miami Beach, FL, Dec. 1971, pp. 171-175.
- [7] Willet, P. Ruan, Y. Streit, R. *The PMHT for Maneuvering Targets*, Proceedings of the 1998 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando FL, April 1998.
- [8] Cormen, T. H. Leiserson, C. E. Rivest, R. L. Stein, C. *Introduction to Algorithms*, Second Edition, The MIT Press, ISBN 0-262-03293-7, 2001.
- [9] Reid, D. B. *An Algorithm for Tracking Multiple Targets*, In IEEE Transactions on Automatic Control, 1979.
- [10] Blackman, D. Popoli, R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*, ISBN 1-58053-006-0, 1999.
- [11] Dias, S. S. *Avaliação do Método MHT em Cenários com Múltiplos Alvos*. Dissertação de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2008.
- [12] Peters, D. J., *The Impact of Treating Tracks as Contacts in Kinematic Data Fusion*, Defense R&D Canada – Atlantic, Information Fusion, 2004.
- [13] Peters, D. J. *A Practical Guide to Level One Data Fusion Algorithms* Defence R&D Canada Technical Memorandum, DREA TM 2001-201, December 2001.
- [14] Blackman, S. S. *Multiple Hypothesis Tracking For Multiple Target Tracking*, IEEE A&E Systems Magazine, Vol. 19, No. 1, Part 2: Tutorials-Blackman, Jan. 2004.
- [15] Bar-Shalom, Y, Li, X. R., Kirubarajan, T. *Estimation with Applications To Tracking and Navigation*, New York: John Wiley & Sons, 2001. 558 p. ISBN 0-471-41665-X.