Estabilização de Plataformas Inerciais em Dois Graus de Liberdade: Sensibilidade a Movimentos Não Idealizados e Resultados Experimentais

Andrei Battistel, Fernando Lizarralde e Liu Hsu

Abstract—Stabilized platforms are widely used in diverse engineering applications, such as robotics, telecommunications, being also frequently applied to military or defense systems. In this work, platform stabilization is performed using measurements of only two gyroscopic sensors. In this case, some external movements can not be measured. Hence, compensation is achieved only under certain restrictions on the host vehicle motions. A sensitivity analysis is presented to quantify stabilization precision when these restrictions are not satisfied. Experimental results obtained in a platform whose movementes are similar to those of a vehicle are presented. Real data obtained by an instrumented vehicle moving along a typical path are used in simulation to evaluate stabilization precision in real operational conditions.

Keywords—Inertially stabilized platforms, orientation control

I. INTRODUÇÃO

Plataformas inercialmente estabilizadas são sistemas utilizados em diversas áreas de engenharia para estabilizar e apontar câmeras, sensores ou armamentos colocados sobre uma base móvel, e.g. um robô ou veículo. A estabilização consiste em manter a linha de visada de um objeto invariante em relação ao referencial inercial (Terra), na presença de movimentos da base [4]. Para atingir este objetivo, utilizam-se sensores capazes de obter a orientação da base e mecanismos atuados para corrigir a atitude do objeto a ser estabilizado [7].

Uma abordagem comum consiste em combinar medidas de acelerômetros e giroscópios através de algoritmos de fusão de dados para obter uma medição robusta da orientação [3]. Uma vez conhecida a orientação, a correção é feita através de um gimbal de dois eixos ortogonais, representado na Fig. 2. Neste trabalho, o problema é analisado para aplicações militares, onde se deseja estabilizar a linha de visada de um armamento montado sobre um veículo (e.g. blindado ou navio). A linha de visada é a direção para a qual se deseja apontar, ou seja, a direção do alvo [10], [7]. Uma vez que há uma necessidade de sensores de alta precisão, implicando em custos elevados [2], considera-se aqui a utilização de apenas duas medições de giroscópicos.

O problema da estabilização quando apenas dois giroscópios são disponíveis é analisado em [1], onde se supõem restrições na movimentação externa do veículo onde a plataforma é colocada. São abordadas a estabilização de *roll* e *pitch* com *yaw* constante; e o caso onde o *roll* é constante e se estabilizam *pitch* e *yaw*. Os resultados obtidos mostram que é possível obter a estabilização com uma precisão razoável, embora se saiba que a presença de movimentos não idealizados deve deteriorar o desempenho do sistema. Neste trabalho, analisa-se a sensibilidade da estabilização a movimentos não idealizados (e.g. presença de *yaw* na estabilização de *roll* e *pitch*). Ainda, são apresentados resultados de uma plataforma experimental, bem como simulações utilizando um perfil real de pista obtido por um veículo instrumentado. Com isso, busca-se avaliar a precisão da estabilização em aplicações reais quando se utiliza apenas dois sensores giroscópicos.

II. DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA

Primeiramente, são definidos os sistemas de coordenadas utilizados, de acordo com a Fig. 1

- L: sistema de coordenadas inercial (ou local level)
- b: sistema de coordenadas do veículo
- B: sistema de coordenadas do corpo do equipamento (ou *body*)
- a: sistema de coordenadas da extremidade, onde se localiza armamento a ser apontado.
- C_{ij} : $C_{ij} \in SO(3)$ é a orientação do sistema de coordenadas *i* com respeito ao sistema de coordenadas *j*
- ω_{ij} : $\omega_{ij} \in \mathbb{R}^3$ é a velocidade angular do sistema de coordenadas *i* em relação ao sistema de coordenadas *j* representada no sistema de coordenadas *i*.
- ω_{ij}^k : $\omega_{ij}^k \in \mathbb{R}^3$ é a componente *k* da velocidade angular do sistema de coordenadas *i* em relação ao sistema de coordenadas *j* representada no sistema de coordenadas *i*.

A direção para o qual o equipamento aponta é chamado linha de visada e denotado por $U_L \in \mathbb{R}^3$. Para a compensação da orientação da extremidade, o mecanismo possui um gimbal com rotações ao redor de dois eixos ortogonais, conforme a Fig. 2. O ângulo α , ao redor do eixo *z* é chamado de azimute enquanto a compensação ao redor do eixo *y*, denotada por γ é chamada aqui de elevação.

A representação da orientação utilizada é a de ângulos de Euler na ordem XYZ, comumente referidos como *roll-pitch-yaw* [9].

Considera-se duas possibilidades de alocação dos sensores, caracterizando configurações de estabilização direta e indireta [6], quando os sensores são posicionados solidários à extremidade do armamento (sistema de referência denotado por **a**), ou quando estes são alocados no corpo da estrutura (sistema denotado por **B**), respectivamente.

Conforme a notação estabelecida, na estabilização direta, as medidas são denotadas por ω_{aL} , enquanto ω_{BL} indica as velocidades angulares medidas na estabilização indireta.

A orientação é calculada com base nas medidas de dois sensores giroscópicos, denotada por ω_m , a partir da qual se

Andrei Battistel, battistel@ufrj.br, F. Lizarralde, fernando@coep.ufrj.br, L. Hsu liu@coep.ufrj.br, Tel: +55-21-25628603



Fig. 1. Sistemas de coordenadas utilizados x



Fig. 2. Ângulos de correção

calcula a velocidade angular da plataforma em relação ao referencial inercial, $\omega_{bL} \in \mathbb{R}^3$. Conforme em [1], utiliza-se a seguinte forma para obter a velocidade angular da plataforma:

$$\omega_{bL} = A \omega_m + B \omega_e + D \dot{q} \tag{1}$$

$$\omega_e = K \omega_m + L \dot{q} \tag{2}$$

ou de forma equivalente,

$$\omega_{bL} = (A + BK) \,\,\omega_m + (BL + D) \,\,\dot{q}$$

sendo $\omega_m \in \mathbb{R}^2$ as velocidades medidas, $\omega_e \in \mathbb{R}$ a velocidade não medida, portanto calculada, $q = [\alpha \quad \gamma]^T$; e as matrizes $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}, B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}, D \in \mathbb{R}^{3 \times 2}, K \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ e $L \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$.

Para estabilização de *roll* e *pitch*, são medidas as componentes *x* e *y* de ω_{BL} ou ω_{aL} , de acordo com a alocação dos sensores. Analogamente, na estabilização de *pitch* e *yaw* essas medições são feitas ao redor dos eixos *y* e *z*.

A matriz de orientação $C_{bL}(t)$ pode ser determinada a partir da integração numérica da velocidade angular do veículo $\omega_{bL}(t)$ [8], [5]. Tem-se que, dada uma rotação angular infinitesimal $e^{\Delta t \hat{\omega}_{bL}(t)}$

$$C_{bL}(t + \Delta t) = C_{bL}(t) \ e^{\Delta t \ \hat{\omega}_{bL}(t)}$$
(3)

onde Δt é o intervalo de amostragem, e $\hat{\omega}_{bL} = \omega_{bL} \times$, sendo \times o produto vetorial. Lembrando que, dado um vetor $\omega^T = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]$, tem-se que:

$$w \times = \hat{w} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \hat{w} = -\hat{w}^T$$

A matriz $e^{\Delta t} \omega_{bL}(t) \times$ pode ser calculada utilizando a fórmula de Rodrigues [5]. Conhecida a linha de visada U_L desejada, a direção para o qual a extremidade aponta é

$$U_b^* = C_{bL}^T(\psi, \theta, \phi) \ U_L^* = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

A partir da qual se calculam os ângulos de correção necessários para a estabilização:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{x_2}{x_1}\right); \quad \gamma = \arcsin(-x_3)$$
 (4)

III. SENSIBILIDADE DAS MEDIDAS A MOVIMENTOS NÃO IDEALIZADOS

Utilizando a inversa do Jacobiano da representação para ângulos de Euler na ordem *roll*, *pitch* e *yaw*, pode-se expressar ω_{bL} em função das derivadas desses ângulos como se segue:

$$\begin{bmatrix} \omega_{bL}^{x} \\ \omega_{bL}^{y} \\ \omega_{bL}^{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & 0 & 1 \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \cos(\psi) & 0 \\ \cos(\phi)\cos(\theta) & -\sin(\psi) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(5)

Os resultados obtidos são verificados em simulação para movimentos com as seguintes amplitudes e frequências na componente harmônica principal: para estabilização de *roll* e *pitch* utiliza-se

$$\psi = 0.183 \sin(0.0789t) \tag{6}$$

$$\theta = 0.113 \sin(0.0718) \tag{7}$$

enquanto para estabilização de pitch e yaw emprega-se

$$\phi = 0.165 \sin(0.0789t) \tag{8}$$

$$\theta = 0.113 \sin(0.0718) \tag{9}$$

Esta escolha busca reproduzir os movimentos efetuados pela plataforma através da qual se obtiveram os resultados experimentais da seção IV.

Estabilização de roll e pitch na presença de yaw com sensores no corpo

A expressão para a velocidade ω_{BL}^z que se quer estimar pode ser obtida através de uma transformação de coordenadas. Pode-se expressar ω_{bL} no referencial do corpo sabendo que

$$\omega_{bL} = \omega_{bB} + C_{Bb}(\alpha) \ \omega_{BL} \tag{10}$$



Fig. 3. Comparação entre as componentes da velocidade angular da plataforma em relação ao inercial ω_{bL} para estabilização de *roll* e *pitch* na presença de variação de *yaw*

e, através de (10) e (5), leva a

$$\omega_{BL}^{z} = \cos(\psi)\cos(\theta)\dot{\phi} - \sin(\psi)\dot{\theta} + \dot{\alpha}$$
(11)

O erro na estimativa é portanto a diferença entre o estimado e o real e pode ser obtido em função de ψ , θ , ϕ e derivadas. O valor estimado ω_e pode ser obtido de (1), de forma que o erro entre estimado e real corresponde a

$$\Delta \omega_{BL}^{z} = \omega_{e} - \omega_{BL}^{z} = -\frac{\cos(\theta)}{\cos(\psi)}\dot{\varphi}$$
(12)

de forma que na velocidade angular que se deseja obter, temse:

$$\tilde{\omega}_{bL} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ -\frac{\cos(\theta)}{\cos(\psi)}\dot{\phi} \end{bmatrix}$$
(13)

Nota-se que o resultado obtido é uma função de ϕ , o que é coerente, uma vez que o erro deve ser nulo para condição de *yaw* constante. Outro ponto a ser observado é que nesta condição de alocação dos sensores, apenas a componente *z* da velocidade angular ω_{bL} é afetada, uma vez que os ângulos de correção não afetam a medida dos sensores.

Através de uma simulação, pode-se observar a característica do resultado obtido. Na Fig. 3 o algoritmo de estabilização de *roll* e *pitch* é testado na presença de *yaw* dada pela equação $\phi = 15.2 \sin(0.0628t)$. Observa-se que apenas a componente *z* é afetada pelo movimento não-idealizado.

Estabilização de roll e pitch na presença de yaw para sensores na extremidade

Repetindo-se o procedimento para estabilização de *roll* e *pitch* com sensores no eixo interno, o resultado para o erro de estimativa é obtido através da seguinte mudança de coordenadas:

$$\omega_{bL} = \omega_{ba} + C_{ab}(\alpha, \gamma) \,\,\omega_{aL} \tag{14}$$

Utilizando (5) e (14), tem-se

$$\Delta \omega_{aL}^{z} = -\frac{\cos(\theta)}{\cos(\gamma)\cos(\psi) + \sin(\psi)\sin(\alpha)\sin(\gamma)}\dot{\phi} \qquad (15)$$

e, então, para a velocidade calculada ¹:

$$\tilde{\omega}_{bL} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha}s_{\gamma}c_{\theta}}{c_{\gamma}c_{\psi}+s_{\psi}s_{\alpha}s_{\gamma}}\dot{\phi} \\ -\frac{s_{\alpha}s_{\gamma}c_{\theta}}{c_{\gamma}c_{\psi}+s_{\psi}s_{\alpha}s_{\gamma}}\dot{\phi} \\ -\frac{c_{\theta}c_{\gamma}}{c_{\gamma}c_{\psi}+s_{\psi}s_{\alpha}s_{\gamma}}\dot{\phi} \end{bmatrix}$$
(16)

Pode-se perceber que neste caso todas as componentes da velocidade angular ω_{bL} são afetadas pelo erro de medida, em função do posicionamento do sensor que pode estar desalinhado da base em função dos ângulos de azimute e elevação. É interessante observar também que para $\alpha \in \gamma$ nulos, este resultado recai em (13), caso em que os referenciais **a** e **B** estão alinhados.

Estabilização de pitch e yaw na presença de roll com sensores no corpo

Repetindo-se para a estabilização de *pitch* e *yaw* com sensores no eixo externo, o erro na medida estimada é:

$$\Delta \omega_{bL}^{x} = -\frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha)\cos(\theta) + \sin(\theta)\sin(\psi)\sin(\alpha)}\dot{\Psi} \qquad (17)$$

Naturalmente, agora o erro passa a ser função da variação de *roll*. Observa-se também que quando se tem α nulo o erro é a própria variação de *roll*. Isto é compreensível, visto que neste caso o sensor se encontra idealmente alinhado com o eixo y, de modo que a medida a ser estimada é a velocidade ao redor do eixo x do referencial da plataforma, correspondendo portanto à velocidade de *roll*. O erro na velocidade angular calculada, é, por conseguinte:

$$\tilde{\omega}_{bL} = \begin{vmatrix} -\frac{c_{\alpha}c_{\theta}}{c_{\alpha}c_{\theta}+s_{\theta}s_{\psi}s_{\alpha}}\dot{\psi} \\ -\frac{s_{\alpha}c_{\theta}}{c_{\alpha}c_{\theta}+s_{\theta}s_{\psi}s_{\alpha}}\dot{\psi} \\ 0 \end{vmatrix}$$
(18)

Neste caso, um erro de estimativa não afeta apenas o cálculo da componente ω_{bL}^z da velocidade da plataforma em relação ao inercial, o que é também esperado já que esta medida é diretamente determinada pelo sensor giroscópico. Quando se tem α e γ nulos, apenas a componente ω_{bL}^x é afetada, justamente pelo valor de ψ .

Novamente, o resultado pode ser observado por simulação conforme mostra a Fig. 4. Aqui o *roll* inserido é dado por $\psi = 5 \sin(0.314t)$

Estabilização de pitch e yaw na presença de roll com sensores na extremidade

Para o último caso, isto é, para a estabilização de *pitch* e *yaw* com sensores no eixo interno, o erro na medida estimada é:

$$\Delta \omega_{aL}^{x} = -\frac{c_{\theta}}{c_{\alpha}c_{\gamma}c_{\theta} + s_{\theta}s_{\psi}s_{\alpha}c_{\gamma} - s_{\theta}s_{\gamma}c_{\psi}}\dot{\psi}$$
(19)

¹Aqui optou-se pela notação abreviada, onde s_{α} , c_{α} e tg_{α} representam $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ e $\tan(\alpha)$, respectivamente.





Fig. 4. Comparação entre as componentes da velocidade angular da plataforma em relação ao inercial ω_{bL} para estabilização de *roll* e *pitch* na presença de variação de *yaw*

Este erro tem as mesmas características do anterior, isto é, vale ψ quando não há azimute nem elevação. Para a velocidade angular, o resultado é parecido, exceto pelo fato de que agora todas as componentes de ω_{bL} são afetadas pelo erro na medida.

$$\tilde{\omega}_{bL} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha}c_{\gamma}c_{\alpha}}{c_{\alpha}c_{\gamma}c_{\theta}+s_{\theta}s_{W}s_{\alpha}c_{\gamma}-s_{\theta}s_{\gamma}c_{\Psi}}\dot{\psi} \\ -\frac{s_{\alpha}c_{\gamma}c_{\theta}+s_{\theta}s_{W}s_{\alpha}c_{\gamma}-s_{\theta}s_{\gamma}c_{\Psi}}{s_{\gamma}c_{\theta}}\dot{\psi} \\ \frac{s_{\gamma}c_{\theta}}{c_{\alpha}c_{\gamma}c_{\theta}+s_{\theta}s_{\Psi}s_{\alpha}c_{\gamma}-s_{\theta}s_{\gamma}c_{\Psi}}\dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(20)

Conforme esperado, todas as componentes de ω_{bL} são afetados por $\dot{\phi}$. Novamente, α e γ nulos tornam a (20) idêntica a (18)

IV. RESULTADOS OBTIDOS NA PLATAFORMA EXPERIMENTAL

Os testes aqui apresentados para estabilização de *roll* e *pitch* representam duas condições distintas de operação. Na primeira, não há movimento de *roll*, apenas *pitch*. No segundo são adotadas combinações de *roll* e *pitch*, ora para estabilização na horizontal, ora para a linha de visada deslocada de um ângulo de azimute.

Uma vez obtidos α e γ , dois motores efetuam a compensação empregando uma malha de controle tipo P-PI.

Experimento de estabilização do movimento de caturro, com balanço estático

O primeiro teste manteve a plataforma sem movimento de balanço, variando apenas o caturro, com uma amplitude de 6.5° e um período aproximado de 12.93*s*, o máximo permitido pela plataforma, como pode ser visualizado na Fig. 5. Os ângulos de compensação executados pelo mecanismo são vistos na Fig. 6.

Calculando-se o módulo do ângulo entre a linha de visada obtida e a desejada, obtém-se uma medida do erro em radianos, conforme mostra a Fig. 7. É possível perceber que o erro obtido é abaixo de 5*mrad*, indicando um desempenho bastante razoável em termos de precisão.



Fig. 5. Ângulos de *roll* (superior) e *pitch* (inferior) para experimento com movimento de caturro e balanço constante



Fig. 6. Ângulos de azimute (superior) e elevação (inferior) para experimento com movimento de caturro e balanço constante



Fig. 7. Erro em radianos para experimento com movimento de caturro e balanço constante



Fig. 8. Ângulos de *roll* (superior) e *pitch* (inferior) para o primeiro experimento com movimento de balanço e caturro



Fig. 9. Ângulos de azimute (superior) e elevação (inferior) para o primeiro experimento com movimento de balanço e caturro

Experimento de estabilização dos movimentos de balanço e caturro

Após os experimentos com movimento isolado de *pitch* o natural é justamente obter resultados para combinações destes movimentos. Para isto, são utilizados movimentos idênticos aos registrados anteriormente, mas de forma simultânea, isto é, tem-se um *roll* de 10.5° e período 12.66s, junto a um movimento de *pitch* de amplitude de 6.5° e um período aproximado de 12.93s. Estes perfis são encontrados na Fig. 8.

Os ângulos de correção obtidos são similares, conforme indica a Fig. 9. O erro obtido é também na faixa de milirradianos a menos de picos de maior amplitude. No entanto, estes picos são inseridos por erros numéricos na medição, como indica o ângulo de *pitch* obtido, onde estas variações também estão presentes.



Fig. 10. Erro em radianos para o primeiro experimento com movimento de balanço e caturro



Fig. 11. Perfil de roll, pitch e yaw da pista de testes

V. SIMULAÇÕES REALIZADAS COM PERFIL DE PISTA

Outro experimento útil para a análise do problema consistiu em instrumentar um veículo e obter perfis da pista na qual serão realizados os testes de campo. Com isso, obtiveram-se informações como valores máximos de *roll, pitch* e *yaw*, além de velocidades e frequências máximas destas grandezas, aos quais a plataforma estabilizada será exposta.

- Dois conjuntos de sensores giroscópicos, um medindo dois eixos e outro medindo o terceiro eixo separadamente;
- Dois conjuntos de acelerômetro de três eixos;
- Uma unidade inercial, com giroscópicos, acelerômetros e magnetômetros.

O perfil de *roll, pitch* e *yaw* pode ser observado na Fig. 11. Utilizando este perfil obtido como dado de entrada em uma simulação, pode-se observar nos resultados das Fig. 12–14 um ponto importante do uso de dois sensores giroscópicos apenas. Além de a medição ser facilmente afetada pela presença de movimentos não idealizados, conforme comentado anteriormente, há a inserção de um erro adicional









Fig. 13. Pitch calculado e rumo medido sobrepostos

ocasionado pelo desalinhamento dos sensores. Como estes não estão perfeitamente alinhados com os eixos do veículo instrumentado, um movimento de *yaw*, por exemplo, é captado no canal de *roll* e *pitch*.

Tal fato ocasiona erros na compensação, uma vez que a orientação é calculada com erros, como indica a Fig. 13. Verifica-se que o *pitch* calculado possui um forte acoplamento com o rumo, diferindo do valor real visto na Fig. 11.

Pelos ângulos de compensação obtidos na Fig. 12, nota-se que o ângulo de elevação desvia para baixo, acompanhando a medida corrompida de *pitch*. Assim, pode-se perceber que o principal problema desta abordagem não está na compensação dos movimentos, e sim no cálculo da orientação com conjunto reduzido de medidas. Este problema de desalinhamento é um provável ponto de investigação futura.

Assim, o erro angular obtido é grande, conforme se vê na Fig. 14.

VI. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise da sensibilidade algoritmo de estabilização utilizando apenas dois sensores



Fig. 14. Erro em radianos na linha de visada

giroscópicos. A partir deste resultado, é possível avaliar de forma quantitativa o erro inserido nas medidas calculadas quando as restrições de movimentação externa não são respeitadas. Este quadro corresponde ao caso em que há componentes não idealizadas no movimento do veículo sobre o qual a plataforma é colocada.

Os resultados experimentais obtidos com o algoritmo são bastante razoáveis, uma vez que uma boa precisão é obtida. Entretanto, em condições reais de operação, observou-se uma deterioração do desempenho. Tal fato pode ser associado à presença de desalinhamentos entre sensores e veículo, como também à presença de movimentos não idealizados. O problema do desalinhamento é um alvo para trabalhos futuros neste sistema, bem como investigações acerca do impacto do erro nas medidas no desempenho final de estabilização.

REFERENCES

- Andrei Battistel, Fernando Lizarralde, and Liu Hsu. Estabilização de plataformas inerciais utilizando apenas duas medidas de sensores giroscópicos. *Congresso Brasileiro de Automática*, 2010.
- [2] Mohinder Grewal and Angus Andrews. How good is your gyro? IEEE Control System Magazine, 30(1):12–14, 2010.
- [3] Tarek Hamel and Robert Mahony. Attitude estimation on SO(3) based on direct inertial measurements. Proc. of the 2006 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation, pages 2170–2175, 2006.
- [4] J.M. Hilkert. Inertially stabilized platform technology: Concepts and principles. *IEEE Control System Magazine*, 28(1):26–46, 2008.
- [5] P.C. Hughes. Spacecraft Attitude Dynamics. John Wiley, 1986.
- [6] Peter J. Kennedy and Rhonda L. Kennedy. Direct versus indirect line of sight (los) stabilization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11(1):3–15, 2003.
- [7] M.K. Masten. Inertially stabilized platforms for optical imaging systems. IEEE Control System Magazine, 28(1):47–64, 2008.
- [8] R. Murray, Z. Li, and S. Sastry. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. CRC Press, 1994.
- [9] L. Sciavicco, B. Siciliano, L. Villani, and G. Oriolo. *Robotics: modelling, planning and control.* Springer Verlag, 2009.
- [10] H.G. Wang and T.G. Williams. Strategic inertial navigation systems. IEEE Control System Magazine, 28(1):65–85, 2008.