

# Um Método Híbrido Multiobjetivo Aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante com Lucro

Carla C. D. Fernandes<sup>1</sup>, Kelly C. Poldi<sup>1</sup>, Luiz A. N. Lorena<sup>2</sup>, Antonio A. Chaves<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) – Rua Talim, 330, São José dos Campos/SP

<sup>2</sup>Instituto Nacional de Pesquisa Espacial (INPE) – Av. dos Astronautas, 1758, São José dos Campos/SP

**Resumo** — A classe de problemas do Caixeiro Viajante com Lucros (TSPP, do inglês *Traveling Salesman Problem with Profits*), associa a cada cliente um valor de prêmio (lucro) a ser ganho quando este for visitado, assim o TSPP pode ser visto como um problema do caixeiro viajante com dois objetivos opostos, um que pressiona o caixeiro a viajar (ou seja, maximizar os prêmios coletados) e outro que estimula o caixeiro a minimizar os custos de viagem (permitindo a ele não visitar alguns clientes). Desta classe advém um problema conhecido como Problema do Vendedor com Multiobjetivos (MVP, do inglês *Multiobjective Vending Problem*) que trata desses dois objetivos separadamente. Neste trabalho aplica-se o método Busca por Agrupamentos (CS, do inglês *Clustering Search*) na solução deste problema biobjetivo. Para tanto, foi proposto o PCS (*Pareto Clustering Search*) uma variação do CS para a solução heurística do problema sob a visão multiobjetivo.

**Palavras-Chave** — Multiobjetivo, Caixeiro Viajante, Meta-heurísticas.

## I. INTRODUÇÃO

O Problema do Caixeiro Viajante referido na literatura como *Traveling Salesman Problem* (TSP) [1] é um dos mais tradicionais problemas de otimização combinatória. O TSP consiste em otimizar a sequência de visitas a clientes a partir de um depósito central, sendo que todos clientes precisam ser visitados, e conseqüentemente, nenhum valor é associado ao serviço de atendimento ao cliente. Porém, algumas generalizações deste problema propõem selecionar clientes dependendo de um valor de prêmio (benefício) que é ganho quando a visita acontecer. Esta característica dá origem a uma classe de problemas que foi nomeada *Traveling Salesman Problems with Profits* (TSPP) ou Problemas do Caixeiro Viajante com Lucros [2].

Os TSPP podem ser vistos como problemas do caixeiro viajante biobjetivo onde um objetivo pressiona o caixeiro a viajar (ou seja, maximizar os prêmios coletados) e outro estimula o caixeiro a minimizar os custos de viagem (permitindo a ele não visitar alguns clientes). Na prática, a maioria das pesquisas existentes sobre estes problemas trata-os como sendo versões de um único objetivo. Assim, ou os dois objetivos são calculados e combinados linearmente, ou um dos objetivos é transformado em restrição com um valor limite especificado.

Porém, este trabalho propõe solucionar um problema oriundo da classe TSPP que trata dos dois objetivos separadamente, tal problema é denominado Problema do Vendedor com Multiobjetivos (MVP, do inglês *Multiobjective Vending Problem*) [3].

Desta forma, resolver o MVP resulta em encontrar uma fronteira de Pareto, ou seja, um conjunto de soluções viáveis tal que nenhum objetivo possa ser melhorado sem deteriorar o outro. Neste trabalho aplica-se o método Busca por Agrupamentos (CS, do inglês *Clustering Search*) [4], na solução deste problema biobjetivo. Para isto, foi proposto o PCS (*Pareto Clustering Search*) que visa combinar meta-heurísticas e heurísticas de busca local multiobjetivo, intensificando o processo de busca somente em regiões consideradas promissoras.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma. Na seção 2 apresenta-se uma formulação matemática para o TSPP e faz-se uma revisão bibliográfica. Na seção 3, define-se métodos multiobjetivos. Na seção 4 descreve-se a meta-heurística CS e sua adequação ao PCS. Na seção 5 discute-se a aplicação do PCS ao MVP. Na seção 6 apresentam-se os resultados computacionais obtidos. Na seção 7 são apresentadas algumas conclusões deste trabalho.

## II. PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM LUCRO

O problema do Caixeiro Viajante com Lucro (TSPP, do inglês *Traveling Salesman Problem with Profits*) [2] de uma forma geral, pode ser representado em um grafo completo  $G = (V, A)$ , onde  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  é um conjunto de  $n$  vértices e  $A$  é um conjunto de arestas (grafo não direcionado). Para cada vértice  $i \in V$  existe associado um prêmio  $p_i$ , e cada aresta  $(i, j) \in A$  possui um custo de deslocamento  $c_{ij}$ . Supondo que o vértice 0, sem perda de generalidade, seja o depósito ou a cidade de origem do caixeiro, este vértice deve ter prêmio nulo ( $p_0 = 0$ ). O TSPP consiste em determinar um circuito elementar que contenha o vértice 0, levando em consideração o prêmio coletado e os custos de deslocamento.

Os diferentes problemas que formam o TSPP surgem das diferentes maneiras que existem para tratar os dois objetivos:

1. Os dois objetivos são tratados separadamente, gerando um problema multiobjetivo, onde os objetivos são, minimizar os custos de deslocamento e maximizar prêmios coletados. Este problema é conhecido como *Multiobjective Vending Problem* (MVP) [3];
2. Ambos os objetivos são combinados numa função objetivo, visando encontrar uma rota que minimize os custos de deslocamento menos os prêmios coletados. Em [5] apresenta-se esta versão como sendo o *Profitable Tour Problem* (PTP) sendo que, ao invés de coletar um prêmio por visitar uma cidade, o caixeiro paga uma penalidade caso deixe de visitar alguma cidade.

3. O objetivo do custo de deslocamento é definido como uma restrição e o objetivo é encontrar uma rota que maximize o prêmio coletado tal que o custo de deslocamento não exceda um valor máximo. Este problema é chamado de *Orienteering Problem* (OP) [6].

4. O objetivo do prêmio é definido como uma restrição, e o objetivo é encontrar uma rota que minimize os custos de deslocamento e que o prêmio coletado não seja menor que um valor pré-definido. Este problema é definido como *Prize-Collecting TSP* (PCTSP) [7] onde também é inserido o conceito de penalidades, ou *Quota TSP* (QTSP) [8].

É possível definir um conjunto de restrições básicas para as formulações matemáticas dos TSPPs. Considere  $x_{ij}$  ( $i, j \in V, i \neq j$ ) sendo uma variável binária igual a 1 se a aresta  $(i, j)$  pertencer à solução e  $x_{ij}$  igual 0 caso contrário, e uma variável binária  $y_i$  ( $i \in V$ ) que controla se o vértice  $i$  está presente na solução, assumindo valor 1 caso seja visitado e valor 0 caso contrário.

Todas formulações matemáticas TSPP compartilham as restrições a seguir :

$$\sum_{j \in V \setminus i} x_{ij} = y_i \quad \forall i \in V \quad (1)$$

$$\sum_{i \in V \setminus j} x_{ij} = y_j \quad \forall j \in V \quad (2)$$

$$y_0 = 1 \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V \quad (4)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in V \quad (5)$$

As restrições (1) e (2) são chamadas restrições de atribuição e garantem que cada vértice seja visitado no máximo uma vez. A restrição (3) assegura que o depósito seja visitado, as restrições (4) e (5) asseguram que as variáveis  $x_{ij}$  e  $y_i$  sejam binárias.

A função objetivo, no entanto, é diferente para cada problema da classe TSPP.

Este trabalho trata-se do MVP que possui duas funções objetivos, descritas a seguir:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

$$\max \sum_{i \in V} p_i y_i \quad (7)$$

sujeito a (1-5) e restrições que eliminam as sub-rotas que não envolvem o depósito (vértice  $v_0$ ).

A função objetivo (6) busca diminuir o custo de deslocamento do caixeiro, enquanto a (7) visa aumentar o lucro.

A abordagem utilizada para solucionar o MVP no trabalho [3] consiste em resolver sequencialmente versões do

problema com um único objetivo e tal abordagem não procura encontrar um conjunto de soluções não-dominadas.

### III. ALGORITMOS MULTIOBJETIVOS

Um algoritmo multiobjetivo consiste em minimizar ou maximizar simultaneamente um conjunto de critérios (objetivos) satisfazendo restrições. Nesse contexto, na otimização multiobjetivo não é encontrado apenas uma solução que otimiza todos os objetivos, mas uma variedade delas onde nenhuma solução é melhor que a outra solução em todos os objetivos e uma melhora em um dos objetivos pode ser conseguida unicamente em detrimento de pelo menos um dos outros objetivos. Portanto tais soluções, denominadas soluções Pareto-ótimas, são não dominadas por outras soluções [9].

Suponha A, B, C, D, E, F e G soluções de um problema de otimização com dois objetivos de minimização ( $f_1$  e  $f_2$ ), a Fig. 1 ilustra uma possível relação de dominância entre elas.

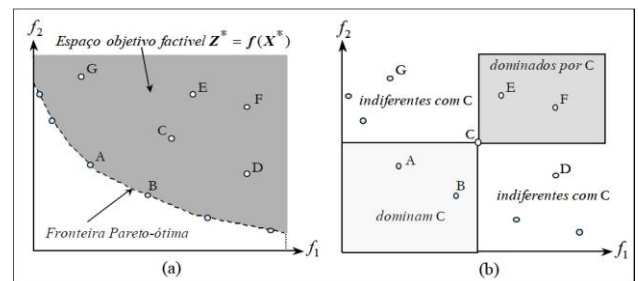


Fig. 1. Dominância de Pareto [9].

As soluções E e F são maiores do que C nos dois objetivos e portanto, C domina estas soluções. Por outro lado, as soluções A e B são menores do que C em ambos objetivos e sendo assim, A e B dominam C.

### IV. BUSCA POR AGRUPAMENTOS

O método Busca por Agrupamentos (CS, do inglês *Clustering Search*) [4] é um método híbrido que combina adequadamente meta-heurísticas e heurísticas de busca local. A busca é intensificada somente em regiões do espaço de busca que sejam consideradas promissoras.

Este método objetiva sofisticar o processo de escolha de soluções para aplicar busca local, ao invés de escolher aleatoriamente ou aplicar busca local em todas as soluções geradas por uma meta-heurística. Assim, espera-se uma melhoria no processo de convergência associado a uma diminuição no esforço computacional em virtude do emprego mais racional dos métodos de busca local.

O CS divide o espaço de busca e localiza regiões promissoras por meio do enquadramento dessas em *clusters*. Um *cluster* pode ser definido por três atributos,  $C_i = (c_i, v_i, r_i)$ , o centro  $c_i$ , o volume  $v_i$  e o índice de ineficácia  $r_i$ .

O centro  $c_i$  é uma solução que representa o *cluster*  $C_i$ , identificando a sua localização dentro do espaço de busca.

O volume  $v_i$  representa a quantidade de soluções agrupadas no *cluster*  $C_i$ . Um *cluster* se torna promissor quando o volume atinge certo limitante  $\lambda$ , definido *a priori*.

O índice de ineficácia  $r_i$  é uma variável de controle para indicar o número de vezes consecutivas que a busca local foi aplicada no *cluster*  $C_i$  e não melhorou a solução. Este atributo evita que a busca local fique sendo executada por mais de

$r_{max}$  vezes em regiões ruins ou regiões que já tenham sido suficientemente exploradas.

Para agrupar soluções em *clusters* define-se uma forma de medir a distância  $d(i, j)$  entre as soluções  $i$  e  $j$ . Neste trabalho a medida de distância utilizada foi a distância de Hamming [10].

O CS é um método iterativo que possui três componentes principais: uma meta-heurística, um processo de agrupamento e um método de busca local. O CS inicia seu processo criando *clusters* iniciais aleatórios, a cada iteração uma solução  $s_k$  é gerada pela meta-heurística e enviada para o processo de agrupamento, então  $s_k$  é agrupada no *cluster* mais similar  $C_j$  que é o *cluster* mais próximo à solução  $s_k$ . E, o centro deste *cluster* ( $c_j$ ) é atualizado com informações contidas na nova solução agrupada por meio do processo de assimilação, fazendo com que o centro se desloque no espaço de busca.

Em seguida é analisado o volume  $v_j$  do *cluster*. Caso  $v_j$  tenha atingido um limitante  $\lambda$  definido a priori, esse *cluster* pode estar em uma região de busca promissora. Porém, se o método de busca local não tiver obtido sucesso nas últimas  $r_{max}$  aplicações neste *cluster* promissor (índice de ineficácia  $r_j \geq r_{max}$ ) é aplicada uma perturbação aleatória no centro  $c_j$ , objetivando escapar desta região do espaço de busca.

Porém, se  $r_j$  for menor que  $r_{max}$ , uma busca local é aplicada no centro  $c_j$  intensificando a busca na vizinhança do *cluster*. A busca obtém sucesso em um *cluster* quando encontra uma solução que seja a melhor obtida neste *cluster* até o momento.

Depois do processo de agrupamento, retorna-se para a meta-heurística que gera outra solução. O critério de parada do CS é dado pelo critério de parada da meta-heurística utilizada na geração de soluções.

A estratégia híbrida do método CS para um problema de minimização é descrita pelo fluxograma ilustrado na Fig. 2.

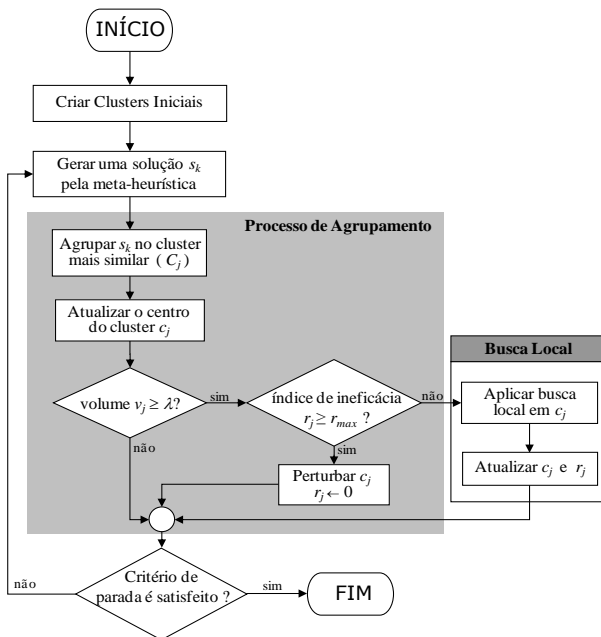


Fig. 2. Fluxograma do método CS [4].

O método *Pareto Clustering Search* (PCS), proposto neste trabalho, é uma variação do CS para a solução heurística do problema sob a visão multiobjetivo. O PCS inicia sua busca por soluções através da meta-heurística

multiobjetivo *Pareto Simulated Annealing* (PSA) [11] que utiliza-se de uma busca local probabilística.

O PSA inicia seu processo a partir de um conjunto de soluções iniciais aleatórias. Então, é criado um *loop* que gera aleatoriamente, para cada solução corrente  $x$  um único vizinho  $y$ .

No PSA existem três condições quando a nova solução  $y$  e a solução corrente  $x$  são comparadas :

- $y$  domina ou é igual a  $x$ ,
- $y$  é dominado por  $x$ ,
- $y$  é não-dominado com relação à  $x$  ( $y$  é indiferente a  $x$ ).

Na primeira situação,  $y$  domina ou é igual a  $x$ , então a nova solução  $y$  é aceita com probabilidade igual a 1. Na segunda situação, a nova solução é considerada pior que a solução corrente e é aceita com probabilidade menor que 1. Existem várias regras de agregação para tratar a terceira situação, a regra utilizada na implementação do algoritmo é a denominada regra SL que é interpretada como uma agregação local de todos os objetivos com uma função de escala linear. Tal regra é definida pela seguinte expressão:

$$P(x, y, T, \Delta) = \min \{1, \exp(-\sum_j \lambda_j (f_j(x) - f_j(y)/T))\} \quad (8)$$

Onde :

- $T$  é a temperatura;
- $x$  é a solução corrente;
- $y$  é a nova solução gerada a partir de  $x$ ; e
- $\Delta = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  é o vetor de pesos.

Primeiramente  $T$  assume um valor elevado  $T_0$  e após certo número de iterações a temperatura decai gradativamente por uma razão de resfriamento  $\alpha$ , tal que  $T_k = \alpha * T_{k-1}$ , onde  $0 < \alpha < 1$ .

Os vetores de pesos são primeiramente, gerados aleatoriamente e depois são modificados iteração por iteração. Para cada solução gerada existe um vetor de pesos associada a ela. Estes vetores permitem influenciar a direção da busca no espaço objetivo para uma solução gerada em particular. O vetor de pesos associados com cada solução gerada  $x$  é modificado na tentativa de aumentar a probabilidade de mover  $x$  na direção do vizinho mais próximo  $x'$  obtido através da distância euclidiana. Para isso é feito um incremento dos pesos quando  $x$  é melhor que  $x'$  e um decrementado dos pesos quando  $x$  é pior que  $x'$ .

O PSA efetua uma exploração da fronteira de Pareto, encontrando um grande número de solução eficientes (não dominadas), essa meta-heurística multiobjetiva, além de minimizar a distância do conjunto dominante encontrado ao conjunto Pareto-Ótimo, obtém uma boa distribuição das soluções no conjunto dominante gerado.

O PCS possui o mesmo processo que o CS, porém utiliza a meta-heurística multiobjetivo PSA e os *clusters* representam a fronteira de Pareto. Além disso, os métodos de busca local são multiobjetivos.

O PCS cria os clusters iniciais como sendo um conjunto de Pareto, em seguida as soluções geradas pela meta-heurística PSA são agrupadas no *cluster* mais próximo, de acordo com uma medida de distância entre funções objetivo, análogo ao CS.

Assim que um *cluster* se torna promissor é aplicada uma heurística de busca local multiobjetivo, visando encontrar soluções que sejam não dominadas. O PCS é responsável por controlar a fronteira de Pareto, criando novos *clusters* com soluções não dominadas desde que não sejam similares às soluções já existentes e eliminando *clusters* com soluções que se tornem dominadas.

## V. APLICAÇÃO DO PCS AO MVP

O *Pareto Clustering Search* (PCS) foi aplicado ao *Multiobjective Vending Problem* (MVP) criando-se uma estrutura para representar as soluções geradas, tal estrutura contém o valor da função denominada  $fo_1$  cujo objetivo é minimizar o custo de deslocamento e da função  $fo_2$  que visa aumentar o lucro. Além disso essa estrutura contém um vetor contendo as cidades visitadas pelo caixeiro e outro vetor com as cidades que não foram visitadas.

Suponha as cidades 1,2,3,4 e 5, cada uma com seu prêmio especificado. A Fig. 3 ilustra a representação de uma possível solução para este problema.

Cidades visitadas :	1	3	4
Cidades não visitadas :	2	5	
$fo_1 = 1348$			
$fo_2 = 507$			

Fig. 3. Representação da solução

Neste exemplo, o caixeiro visitou as cidades 1,3 e 4, a soma dos prêmios coletados, dado pela  $fo_2$ , foi de 507, e o custo da viagem, dado pela  $fo_1$ , foi 1348.

O PCS retorna uma série dessas soluções, cujas funções objetivos são não dominadas entre si. Esse conjunto de soluções representa a fronteira de Pareto.

As estruturas de vizinhanças do PCS aplicado ao MVP são definidas através dos seguintes movimentos:

- Inserir um vértice que não está sendo visitado;
- Retirar um vértice que está sendo visitado;
- Trocar 2 vértices que são visitados de posição.

O método de busca local utilizado para intensificar a busca do centro do *cluster* é chamado Descida em Vizinhança Variável (VND, do inglês *Variable Neighborhood Descent*) [12]. O VND é composto por três diferentes heurísticas de refinamento, que combinam dois movimentos: *Add-step* e *Drop-step*. O movimento *Add-step* consiste em adicionar o vértice que possui o melhor valor de economia de inserção. O movimento *Drop-step* consiste em retirar o vértice que possui o melhor valor de economia de remoção. Em ambos movimentos, se o valor da economia for positivo então ambas funções objetivo irão melhorar após o movimento. O principal aspecto a ser observado é que todos os movimentos são executados preservando a viabilidade da solução.

Para atualização do centro do *cluster* é realizada a assimilação por caminhos, utilizando o método Reconexão por Caminhos (PR, do inglês *Path-Relinking*) [13]. O PR realiza movimentos exploratórios na trajetória que interconecta duas soluções. Assim sendo, o processo de assimilações responsável por intensificar e diversificar a busca dentro de um *cluster*, pois o centro será deslocado para a melhor solução avaliada nessa trajetória.

O PR inicializa a partir de duas soluções. A primeira é o centro do *cluster* mais similar (solução inicial,  $s_i$ ). A segunda é a solução gerada pela meta-heurística (solução guia,  $s_g$ ). O método inicia-se calculando a diferença simétrica entre as duas soluções, que é o conjunto de movimentos necessários para alcançar  $s_g$  a partir de  $s_i$ . Posteriormente é construído um caminho pelo espaço de soluções (vizinhança) conectando  $s_i$  e  $s_g$ , gerando assim novas soluções (intermediárias) a cada movimento executado. Este movimento é realizado inserindo características ou atributos da solução guia na solução intermediária. O método finda-se quando a solução  $s_g$  for alcançada ou quando 30% do caminho for analisado. A melhor solução neste caminho é o novo centro do *cluster*.

## VI. RESULTADOS

O PCS para o MVP foi codificado em C++ e os experimentos foram conduzidos em um PC com processador Intel core i5, 2.5 GHz e memória de 6 GB de RAM sob plataforma *Windows 7*. Os experimentos foram realizados com objetivo de validar a abordagem proposta, mostrando que o PCS pode ser competitivo para resolução de problemas multiobjetivos.

O vetor de pesos associado a cada solução foi composto por números racionais entre 0 e 1 gerados aleatoriamente. Os valores atribuídos para os parâmetros temperatura inicial ( $T_0$ ), razão de resfriamento ( $\alpha$ ), limite para o volume do *cluster* ( $\lambda$ ) e índice máximo de ineficácia ( $r_{max}$ ) foram os seguintes :

- $T_0 = 100000$ ,
- $\alpha = 0.95$ ,
- $\lambda = 15$ ,
- $r_{max} = 6$ .

Para testar o modelo proposto foram utilizadas as instâncias-teste *burma14\_100\_100*, *att48\_100\_100* e *berlin52\_100\_100* que podem ser encontradas em [14].

Visando verificar a eficiência do PCS, fez-se a comparação das soluções obtidas somente através da meta-heurística PSA e das soluções dadas pelo PCS. O gráficos apresentados nas Fig. 4, 5 e 6 mostram estas soluções. O eixo das abscissas representa o custo de deslocamento. O eixo das coordenadas representa a quantidade de prêmios coletados.

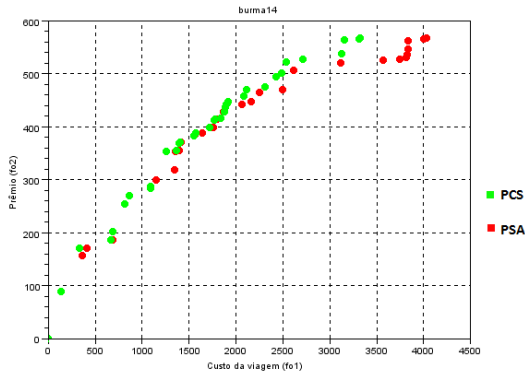


Fig. 4. Gráfico comparação PSC e PSA - burma14

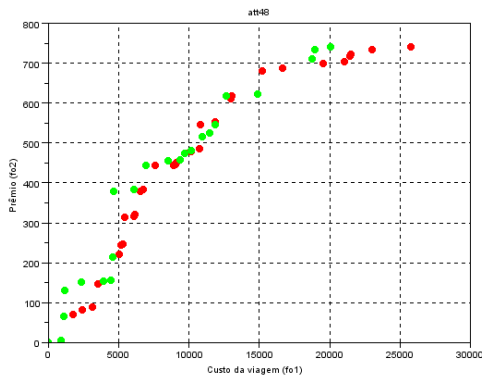


Fig. 5. Gráfico comparação PSC e PSA - att48

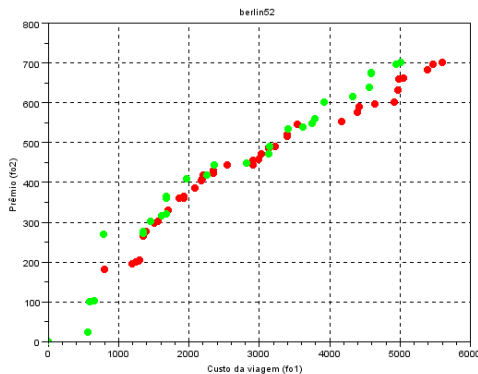


Fig. 6. Gráfico comparação PSC e PSA - berlin52

A Tabela I apresenta os melhores e piores tempos computacionais obtidos em 10 execuções do PSA e PCS. Os tempos foram medidos em segundos.

TABELA I TEMPO COMPUTACIONAL

Instâncias teste	PSA		PCS	
	Tempo mínimo	Tempo máximo	Tempo mínimo	Tempo máximo
<b>burma14</b>	310,40	323,47	305,21	323,12
<b>att48</b>	308,02	318,53	302,42	319,401
<b>berlin52</b>	315,35	330,53	303,96	327,52

Nota-se que as soluções geradas pelo PCS possuem maiores valores para o lucro ( $fo_2$ ) e menores valores para o custo da viagem ( $fo_1$ ) do que as soluções geradas pelo PSA e portanto o PCS gera soluções significativamente melhores que o somente PSA. Enquanto o tempo médio gasto pelos métodos PCS e PSA foram parecidos.

## VII. CONCLUSÃO

Este trabalho propõe uma abordagem heurística, utilizando a meta-heurística *Pareto Clustering Search* (PCS), para a resolução do Problema do Vendedor com Multiobjetivos (MVP). Esta meta-heurística utiliza o conceito de algoritmos híbridos, combinando meta-heurísticas com um processo de agrupamento de soluções em subespaços de busca (*clusters*), visando detectar regiões promissoras. Sempre que uma região for considerada promissora é realizada uma intensificação da busca nesta região, objetivando uma aplicação mais racional do método de busca local.

Através dos testes realizados percebe-se que o algoritmo proposto é capaz de encontrar um conjunto de soluções eficientes para o problema em estudo.

Para trabalhos futuros pretende-se aplicar o PCS em problemas com maior quantidade de objetivos, e também utilizar outra meta-heurística clássica sob visão multiobjetivo para gerar soluções, tal como o algoritmo genético.

## REFERÊNCIAS

- [1] G. Reinelt, "Traveling Salesman : Computational Solutions for TSP Applications. Springer: Lecture Note in Computer Science", 1994.
- [2] D. Feillet, P. Dejax, M. Gendreau, "Traveling salesman problems with profits. *Transportation Science*", v. 2, n. 39, p. 188-205, 2005.
- [3] C. P. Keller, M. Goodchild, "The multiobjective vending problem: A generalization of the traveling salesman problem". *Environment and Planning B: Planning and Design*, v. 15, p. 447-460, 1988.
- [4] A. A. Chaves, L. A. N. Lorena, "Clustering search algorithm for the capacitated centred clustering problem", *Computers & Operations Research*, v. 37, 552-558, 2009.
- [5] M. Dell'Amico, F. Maffioli, P. Varbrand, "On prize collecting tours and the asymmetric traveling salesman problem". *International Transactions in Operational Research*, v. 2, n. 3, p. 297-308, 1995.
- [6] T. Tsiligirides, "Heuristic methods applied to orienteering". *Journal of Operational Research Society*, v. 35, n. 9, p. 797-809, 1984.
- [7] E. Balas, "The prize collecting traveling salesman problem". *Networks*, v. 19, p. 621-636, 1989.
- [8] B. Awerbuch, Y. Azar, A. Blum, S. Vempala, "New approximation guarantees for minimum weight k-trees and prize-collecting salesmen. *SIAM Journal on Computing*", v. 28, n. 1, p. 254-262, 1998.
- [9] J.E.C. Arroyo, "Heurísticas e meta-heurísticas para otimização combinatória multiobjetivo", p. 7-21, 2002.
- [10] R.W. Hamming Technical Journal, "Error detecting and error correcting codes". *Bell System*, v. 26, n. 2, p. 147-160, 1950.
- [11] P. Czyzac, A. Jaskiewicz, "Pareto Simulated Annealing – a metaheuristic technique for multiple objective combinatorial optimization". *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, v. 7, 34-47, 1998.
- [12] N. Mladenovic, P. Hansen, "Variable neighborhood search". *Computers and Operations Research*, v. 24, p. 1097-1100, 1997.
- [13] F. Glover, "Tabu search and adaptive memory programming: advances, applications and challenges". In: BARR, R. S.; R. V. Helgason, J. L. Kennington. "Interfaces in Computer Science and Operations Research". Norwell: Kluwer, p. 1-75, 1996.
- [14] A. A. Chaves, "TSP Problem Instances". Disponível em: <<http://www.sjc.unifesp.br/docente/chaves/problem-instances>>. Acesso em 24/08/2012.