ISSN:1983 7402 ITA, 23 a 25 de setembro de 2014

Estimação de trajetórias usando filtragem H_∞ em múltiplos modelos interagentes

Marco Aurélio Carvalho Leandro, Karl Heinz Kientz
Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Divisão de Engenharia Eletrônica - 12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil

***Resumo*— Observadores são estimadores de estado para sistemas determinísticos, i.e., sistemas sem ruídos de processo e de medidas significativos. O problema de reconstrução do vetor de estados pode também ser formulado para o caso de modelagem estocástica. Nesse caso, o observador de estado, doravante denominado estimador de estado requer o uso de um critério estocástico de otimização para obtenção de uma solução ótima ou sub-ótima. Esse artigo considera o problema estimação de estados em sistemas estocásticos lineares com saltos Markovianos (MJLS) no contexto de estimação de alvos aéreos. São considerados os múltiplos modelos interagentes (IMM) com filtragem H_∞ e a ponderação dos estados estimados pelos filtros é feita conforme um critério que envolve o menor traço da matriz de covariância dos erros de estimação. Um estudo de caso é abordado, envolvendo a estimação de trajetória de alvo aéreo, buscando ilustrar os potencias ganhos das técnicas elencadas.**

***Palavras-Chave*— Multiplos modelos interagentes, sistemas lineares com saltos Markovianos, Estimação H_∞**

I. Introdução

A abordagem da filtragem H_∞ foi assunto de extensa pesquisa na década passada. Na filtragem H_∞, as fontes de ruído são sinais determinísticos arbitrários com energia limitada e o filtro visa garantir um limitante superior para o ganho $\mathcal{L}_2$-induzido entre o sinal de ruído e o erro de estimação ([1], [2], [3]) A estimação de estados em sistemas estocásticos tempo-discreto com saltos Markovianos tem sido objeto de interesse, nas últimas décadas, na área de pesquisa envolvendo acompanhamento de alvos áreos manobrantes ([4],[5], [6],[7]). Algoritmos envolvendo múltiplos modelos (MM) são geralmente considerados a corrente principal de abordagem dessa área. Dentre os MM, os múltiplos modelos interagentes (IMM) são largamente empregados e consideram a combinação das matrizes dos estados estimados e das matrizes de covariância dos erros de estimação dos múltiplos modelos como um modelo de Markov. Recentemente, foram publicados trabalhos que permitem que os algoritmos IMM envolvam a estimação dos estados do alvo no sentido de variância mínina ([8], [9], [10]). O traço da matriz de covariância dos erros de estimação nesses algoritmos é menor que o traço calculado nos algoritmos IMM clássicos. Nesse trabalho, foi implementado um modelo IMM com filtragem H_∞ e com ponderação dos estados pelo traço da matriz de covariância dos erros de estimação. Através de uma trajetória hipotética, os resultados foram comparados via o erro quadrático médio (RMSE) do modelo IMM clássico e variações envolvendo a filtragem H_∞ na presença e na ausência do critério de ponderação pelo traço. A contribuição deste artigo está na aplicação da filtragem H_∞ no problema de estimação de estados em sistemas estocásticos tempo-discreto com saltos Markovianos empregando um critério de otimalidade na combinação dos estados estimados. O contexto é o de acompanhamento de alvos aéreos manobrantes [11]. O restante do artigo está assim dividido: a subseção a seguir introduz a notação utilizada nesse trabalho; a seção 2 apresenta a formulação utilizada para o KF presente no IMM clássico; na seção 3, é apresentada a técnica utilizada no filtro H_∞; Na secão 4, o algoritmo IMM empregado é detalhado; a seção 5 inicia com uma descrição do modelo dinâmico empregado e em seguida a apresentação dos resultados é feita. Discusões a respeito da aplicação dos modelos completam a seção. Finalmente, as concluões e perspectivas de trabalhos futuros são apresentadas na seção 6.

A. *Notação*

F, G, Γ, H, L : matrizes com dimensões apropriadas
$x(k) \in \Re^n$: vetor de estados
$u(k) \in \Re^p$: vetor de controle
$y(k) \in \Re^q$: vetor de medidas
$v(k) \in \Re^n$: vetor de ruído de estado
$w(k) \in \Re^q$: vetor de ruído de medida
$E[v(k)v(k)'] = Q(k)$: covariância do ruído de estado
$E[w(k)w(k)'] = R(k)$: covariância do ruído de medida
$\mathcal{N}(0, I)$: distribuição gaussiana com média zero e variância unitária
T : taxa de amostragem
$z(k) \triangleq L(k)x(k)$: combinação linear dos estados
$\hat{z}(k) = E[z(k)|y(0)...y(k)], \hat{z}(k) \in \Re^m$
$Z^k \triangleq \{z(i), i \in [0; k]\}$
$\hat{x}(j|k) \triangleq E[x(j)|Z^k]$: estimação para $j = k$
$\tilde{x}(j|k) \triangleq x(j) - \hat{x}(j|k)$: erro estimado
$P(j|k) \triangleq E[\tilde{x}(j|k)\tilde{x}(j|k)'|Z^k]$: matriz de covariância do erro de predição
$\delta_{(.)}$: função Delta de Dirac
$x^-_{k+1} = x(k+1|k)$
$P^-_{k+1} = P(k+1|k)$
$x^+_{k+1} = x(k+1|k+1)$
$P^+_{k+1} = P(k+1|k+1)$
$\hat{z}_k$: política de minimização
(w_k, v_k, x_0) : política de maximização
$\|s_k\|^2_{R_k} = s_k^T R_k s_k$

DWNA:Discrete White Noise Acceleration -aceleração discreta como ruído branco.

II. Filtro de Kalman

A formulação adotada é a formulação linear discreta, onde a iteração atual é indicada por $k \in [0, N]$

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) + \Gamma(k)\upsilon(k) \tag{1}$$
$$y(k) = Hx(k) + w(k) \tag{2}$$
$$z(k) = Lx(k) \tag{3}$$

As seguintes hipóteses devem ser válidas:

$$E(x(0)|Z^0] = \hat{x}(0|0) \tag{4}$$
$$cov[x(0)|Z^0] = P(0|0) \tag{5}$$
$$E[\upsilon(k)] = 0 \tag{6}$$
$$E[\upsilon(k)\upsilon(j)'] = Q(k)\delta_{kj} \tag{7}$$
$$E[w(k)] = 0 \tag{8}$$
$$E[w(k)w(j)'] = R(k)\delta_{kj} \tag{9}$$
$$E[x(0)\upsilon(k)'] = 0, \forall k \tag{10}$$
$$E[x(0)w(k)'] = 0, \forall k \tag{11}$$
$$E[\upsilon(k)w(j)'] = 0, \forall k \tag{12}$$

(4) e (5) indicam que o estado filtrado inicial e a covariância filtrada inicial são conhecidos a priori. De (6) e (7), (8) e (9) pode-se concluir que o ruído de estado e o ruído de medida são brancos com média zero. (10), (11) e (12) indicam que os ruídos e o estado inicial são descorrelacionados. Supondo $\upsilon(k) \sim \mathcal{N}(0, I)$, $w(k) \sim \mathcal{N}(0, I)$ e de (6) e (8):

$$E[\upsilon(k)|Z^k] = E[\upsilon(k)] = 0 \tag{13}$$
$$E[w(k)|Z^k] = E[w(k)] = 0 \tag{14}$$

O KF pode ser derivado de diversar maneiras. Nessa seção esse algoritmo será derivado conforme [12]. A notação usada em (1) à (14) será alterada buscando uma maior clareza nas expressões a seguir. A iteração atual k passará a ser subrscrita.

As seguintes equações são representativas do KF, dadas as condições iniciais:

$$\hat{x}^-_{k+1} = F\hat{x}^+_k + \Gamma u_k \tag{15}$$
$$P^-_{k+1} = FP^+_k F' + \Gamma Q_k \Gamma' \tag{16}$$
$$\hat{x}^+_{k+1} = \hat{x}^-_{k+1} + k_{k+1}(y_{k+1} - H\hat{x}^-_{k+1}) \tag{17}$$
$$P^+_{k+1} = (I - K_{k+1}H)P^-_{k+1}(I - K_{k+1}H)' + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1}{}' \tag{18}$$

Conforme foi comentado na seção 1, o critério de mérito a ser empregado aqui é minimizar o somatório dos quadrados dos erros de estimação $\tilde{x}^+_{k+1}$. Isso equivale a $\min_{k+1} Tr(P^+_{k+1})$. Dessa forma, obtem-se a expressão em função de K_{k+1}:

$$K_{k+1} = P^-_{K+1}H'[HP^-_{K+1}H' + R_{k+1}]^{-1} \tag{19}$$

Substituindo (19) em (18):

$$P^+_{k+1} = P^-_{k+1} - P^-_{k+1}H'[HP^-_{k+1}H' + R_{k+1}]^{-1} HP^-_{k+1} \tag{20}$$

As equações (17) e (20) caracterizam a distribuição a posteriori $f_+ \sim \mathcal{N}(\hat{x}^+_{k+1}, P^+_{k+1})$. O sistema linear invariante no tempo (1) - (3) converge para uma covariância em estado estacionário, se o par $\{F, H\}$ for completamente observável e se o par $\{F, C\}$, onde C é tal que $CC' = Q$, for completamente controlável.

III. Filtro H_∞

Nessa seção será considerado o problema de estimação minimax de horizonte finito, também conhecido como problema de filtragem H_∞. Considerando o sistema dinâmico dado pelas equações (1) e (2), deseja-se estimar o vetor $\hat{z}_{k+1} = L\hat{x}_k$, onde $\hat{x}_k$ é uma estimativa baseada em uma sequência de medidas $\{y_0, ...y_k\}$.

A escolha da função de custo $J(\hat{z}, x_0, w, \upsilon)$ completa a definição do problema, em que a estimativa $\hat{z}_k$ deve ser tal que o erro quadrático médio $\sum_{k=0}^N \|z_k - \hat{z}_k\|^2$ seja minimizado, enquanto a tripla $(\hat{x}_0, w_k, \upsilon_k)$ leva à minimização do erro quadrático médio definido em (21).

$$J(\hat{z}, x_0, w, \upsilon) = \sum_{k=0}^N \|z_k - \hat{z}_k\|^2 - \gamma^2\Big(\sum_{k=0}^N \|\upsilon_k\|^2 + \sum_{k=0}^N \|w_k\|^2 + \|x_0 - \hat{x}_0\|^2_{P_0^{-1}}\Big) \tag{21}$$

O segundo termo do lado direito da equação é uma penalidade em termos de x_0, w_k, υ_k; γ é uma constante positiva, que define a magnitude da penalidade. A matriz P_0 é positiva definida e representa a incerteza do estado inicial. O problema H_∞ de horizonte finito é encontrar uma estimativa para $\hat{x}_k$ e $\hat{z}_k$ que satisfaz:

$$\underset{(w,\upsilon,x_0)}{Sup} \frac{\sum_{k=0}^N \|z_k - \hat{z}_k\|}{\sum_{k=0}^N (\|w_k\|^2 + \|\upsilon_k\|^2) + \|x_0 - \hat{x}_0\|^2_{P_0^{-1}}} < \gamma^2 \tag{22}$$

Onde $w, \upsilon \in \mathcal{L}_2$. Essa condição é equivalente a:

$$J(\hat{z}, x_0, w, \upsilon) < 0, \forall(x_0, w, \upsilon), \tag{23}$$

s.a.

$$\sum_{k=0}^N (\|w_k\|^2 + \|\upsilon_k\|^2) + \|x_0 - \hat{x}_0\|^2_{P_0^{-1}} \neq 0 \tag{24}$$

Reescrevendo (2) como: $w_k = y_k - Hx_k$, o custo pode ser reescrito como:

$$J(\hat{z}, x_0, w, \upsilon) = \sum_0^N \|z_k - \hat{z}_k\|^2 - \gamma^2\Big(\sum_{k=0}^N \|\upsilon_k\|^2 + \sum_{k=0}^N \|y_k - Hx_k\|^2_{R_k^{-1}} + \|x_0 - \hat{x}_0\|^2_{P_0^{-1}}\Big) \tag{25}$$

A apresentação da solução do problema de filtragem H_∞ e teoremas acessórios necessários podem ser encontrados em [13], [14], [15], [16] e [17].

A. *Algoritmo do problema de filtragem H_∞*

De forma geral o algoritmo para o filtro H_∞ segue de perto [14] e pode ser descrito como:

$$\hat{x}^-_{k+1} = F\hat{x}^+_k + \Gamma u_k \tag{26}$$

$$P^-_{k+1} = FP^+_k F' + \Gamma Q_k \Gamma' \tag{27}$$

$$K_{k+1} = P^-_{K+1}H'[HP^-_{K+1}H' + R_{k+1}]^{-1} \tag{28}$$

$$\hat{x}^+_{k+1} = \hat{x}^-_{k+1} + k_{k+1}(y_{k+1} - H\hat{x}^-_{k+1}) \tag{29}$$

$$\begin{aligned} P^+_{k+1} &= FP^-_{k+1}F' + \Gamma Q_k \Gamma' - \\ &FP^-_{k+1}\begin{bmatrix} H' & L' \end{bmatrix}(S_k)^{-1}\begin{bmatrix} H \\ L \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{30}$$

Onde

$$S_k = \begin{bmatrix} R_{k+1} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ L \end{bmatrix} P^-_{k+1} \begin{bmatrix} H' & L' \end{bmatrix} \tag{31}$$

IV. Multiplos Modelos Interagentes - IMM

A. *Modelos Lineares com saltos Markovianos*

O sistema discreto descrito em (1)-(3) é agora descrito como um modelo linear com saltos Markovianos. Dessa forma:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= F_j x(k) + G_j u(k) + \Gamma_j(k)\upsilon_j(k) \\ y(k) &= H_j x(k) + w_j(k) \end{aligned} \tag{32}$$

Onde o subscrito $j \in S = \{1, 2, ..., s\}$ denota o modelo. Dado que M^k_j denota o modelo j no instante k, o modelo dinâmico pode ser modelado como uma cadeia finita de Markov com conhecida matriz de transição de probabilidades do modelo i no instante $k-1$ para o modelo j no instante k. Dessa forma:

$$\pi_{ij} \doteq P\left\{M^k_j | M^{k-1}_i\right\} \tag{33}$$

$$0 \leq \pi_{ij} \leq 1, \sum\nolimits_{j=1}^{s} \pi_{ij} = 1, i, j \in S \tag{34}$$

A distribuição de estado inicial da cadeia de Markov é $\rho = [\rho_1, ..., \rho_s]$, onde:

$$0 \leq \rho_j \leq 1, \sum\nolimits_{j=1}^{s} \rho_j = 1, j \in S \tag{35}$$

B. *Algoritmo IMM*

O algoritmo IMM é o mais presente na abordagem do problema envolvendo o acompanhamento de alvos manobrantes, isto é, a estimação de estado envolvendo um sistema tempo-discreto estocástico com parâmetros comutando conforme uma cadeia finita de Markov. O algoritmo IMM pode ser descrito conforme a seguir:

Passo 1: Cálculo do conjunto inicial de probabilidades $(i, j = 1, ..., s)$. A probabilidade que o modelo M_i esteja em vigor em $(k-1)$ dado que M_j está em vigor em k, condicionado por Z^{k-1}:

$$\mu_{i|j}(k-1|k-1) = \frac{1}{\bar{c}_j}\pi_{ij}\mu_i(k-1), i, j = 1, ..., s \tag{36}$$

Onde $\bar{c}_j$ é uma constante de normalização dada por:

$$\bar{c}_j = \sum\nolimits_{i=1}^{s} \pi_{ij}\mu_i(k-1) \tag{37}$$

Passo 2: Cálculo do estado e covariância iniciais para o filtro associado ao modelo $M^k_j, j \in S$:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{0j}(k-1|k-1) &= \sum\nolimits_{i=1}^{s} \hat{x}^i(k-1|k-1) \\ &\mu_{i|j}(k-1|k-1), j = 1, ..., s \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned} P^{0j}(k-1|k-1) &= \sum\nolimits_{i=1}^{s} \mu_{i|j}(k-1|k-1) \\ &-\hat{x}^{0j}(k-1|k-1)\big] \times \big[\hat{x}^i(k-1|k-1) \\ &-\hat{x}^{0j}(k-1|k-1)\big] \times \big[\hat{x}^i(k-1|k-1) \\ &-\hat{x}^{0j}(k-1|k-1)\big]^T, j = 1, ..., s \end{aligned} \tag{39}$$

Passo 3: Cálculo da função de verossimilhança e filtragem a partir dos resultados do passo anterior.

A estimativa (37) e a covariância (38) são a entrada dos filtros M^k_j. A função de verossimilhança para o filtro s é:

$$\begin{aligned} \Delta_j(k) = N\big[z(k); \hat{z}^j\big[k|k-1; \hat{x}^{0j}(k-1|k-1)\big], \\ S^j\big[k; P^{0j}(k-1)(k-1)\big]\big] \end{aligned} \tag{40}$$

$$j = 1, ..., s \tag{41}$$

Onde S^j é a covariância da inovação correspondente a cada filtro.

Passo 4: Cálculo dos estados estimados e da matriz de covariância dos erros de estimação a partir da atualização da probabilidade de cada filtro M^k_j:

$$\hat{x}(k|k) = \sum\nolimits_{j=1}^{s} \hat{x}^j(k|k)\mu_j \tag{42}$$

$$\begin{aligned} P(k|k) = \sum\nolimits_{j=1}^{s} \mu_j(k)\{P^j(k|k) + [\hat{x}^j(k|k) - \\ \hat{x}(k|k)][\hat{x}^j(k|k) - \hat{x}(k|k)]^T\} \end{aligned} \tag{43}$$

Onde:

$$\mu_j = \frac{1}{c}\Delta_j(k)\bar{c}_j, \tag{44}$$

$$c = \sum\nolimits_{j=1}^{s} \Delta_j(k)\bar{c}_j \tag{45}$$

Para uma descrição mais detalhada do algoritmo IMM e outras técnicas empregadas para acompanhamento de alvo aéreo envolvendo múltiplos modelos ver [6].

C. *Algoritmo IMM modificado*

O objetivo é encontrar estimativas locais para o estado a partir dos s filtros existentes e ponderar essas estimativas de forma a ter:

$$\hat{x}(k|k) = \sum\nolimits_{i=1}^{s} \Omega_i x_i(k|k) \tag{46}$$

Onde o peso Ω é escolhido minimizando o índice de performance:

$$J = tr(P_i) \tag{47}$$

Sendo P_i a variância do erro de estimação em estado estacionário de cada modelo (filtros).

Com base nos resultados apresentados em [18] e [9] o algoritmo IMM apresentado na seção anterior foi alterado no passo 3 e no passo 4. No passo 3 não é mais calculada a verossimilhança $\Delta_j(k)$ e no passo 4, a atualização da probabilidade para cada filtro, μ_j, é substituída por a_j, que leva em consideração o traço matriz de covariância dos erros de estimação. Dessa forma as novas equações (41)-(43) são:

$$\hat{x}(k|k) = \sum\nolimits_{j=1}^{s} a_j \hat{x}_j(k|k) \tag{48}$$

$$P(k|k) = \sum\nolimits_{j=1}^{s} a_j(k) \{P^j(k|k) + [\hat{x}^j(k|k) - \hat{x}(k|k)][\hat{x}^j(k|k) - \hat{x}(k|k)]^T\} \tag{49}$$

Onde

$$a_j(k) = \left(\sum\nolimits_{i=1}^{s} \frac{1}{trP_i(k|k)} \right)^{-1} \frac{1}{trP_j(k|k)} \tag{50}$$

V. Modelo dinâmico do estudo de caso

Considerando um modelo bidimencional e o exemplo usado em [19],[9] e [10] tem-se o seguinte modelo de aceleração constante por partes (DWNA).

$$F_j = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Gamma_j = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

$$H_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A. Resultados

Os dados utilizados nesse trabalho foram extraídos de uma dinâmica hipotética, onde um alvo move-se com velocidade constante durante $t = 400s$. A partir de então executa uma manobra lenta, guinando 90^o na direção do eixo x com aceleração $u_x = u_y = 0.075m/s^2$ e completa a guinada após $t = 200s$. Em $t = 600s$ a aceleração é zero. Uma nova guinada de 90^o inicia-se em $t = 610s$ com aceleração $u_x = -0,3m/s^2$ e $u_y = 0,3m/s^2$. Essa guinada termina em $t = 660s$ e o alvo permanece a partir daí com velocidade constante. O estado inicial é $x(0) = [2100; 0; 10000; -15]$. A Figura 1 ilustra a trajetória acima no plano XY, bem como as trajetórias e velocidades ao longo de $k = t/T$, onde a abscissa representa o tempo t dividido pelo período de amostragem $T = 10$.

Com base na trajetória apresentada foram avaliados o modelo IMM com dois KF, o modelo IMM modificado com dois KF, o modelo IMM com dois filtros H_∞ e o modelo IMM modificado com dois filtros H_∞. Foram adotadas as seguintes matrizes:

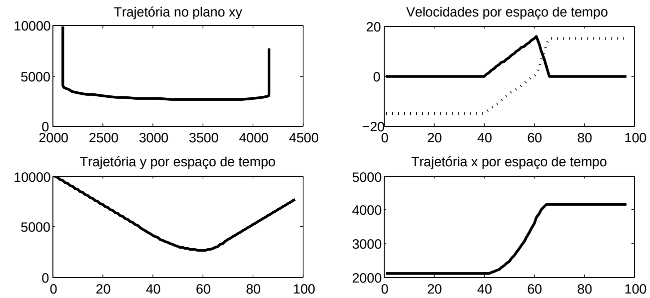

Fig. 1. Trajetória gerada no plano xy, velocidades nos eixos x e y pelo tempo $k = t/T$, trajetórias no eixo y e e no eixo x pelo tempo $k = t/T$

$$\pi_{ij} = \begin{bmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,05 & 0,95 \end{bmatrix}, \rho = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$P_i(0) = \begin{bmatrix} r & r/T & 0 & 0 \\ r/T & 2r/T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & r/T \\ 0 & 0 & r/T & 2r/T^2 \end{bmatrix} \tag{51}$$

Onde r é a variância do erro de medida nas coordenadas x e y para um intervalo de amostragem de $T = 10s$.

As matrizes de covariância do ruído de estado e do ruído de medida são, respectivamente, Q_i e R_i:

$$Q_i = \Gamma \sigma^2{}_v \Gamma' = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4 & \frac{1}{2}T^3 \\ \frac{1}{2}T^3 & T^2 \end{bmatrix} \sigma^2{}_v \tag{52}$$

$$R_i = \begin{bmatrix} r & \frac{r}{20} \\ \frac{r}{20} & r \end{bmatrix} \tag{53}$$

Onde $\sigma^2{}_{v1} = 0,01$ e $\sigma^2{}_{v2} = 50$. Os modelos foram avaliados baseado no erro quadrático médio (RMSE - root mean square error) e os resultados foram obtidos a partir da simulação de 100 trajetórias ($N = 100$):

$$RMSE_k = \sqrt{\frac{1}{N} \sum\nolimits_{i=1}^{N} (\hat{x}_k^i - x_k^i)^2} \tag{54}$$

Onde $\hat{x}_k^i$ e x_k^i denotam o estado estimado e o estado verdadeiro, respectivamente, na ith trajetória simulada no espaço de tempo k. Foi adotado um ruído igual a $r = 1000$. Nas Figuras e na Tabela a seguir as abreviações IMM (I) , IMMmod (II), IMMH_∞ (III) e IMMH_∞mod (IV) representam o algoritmo IMM na sua configuração tradicional com dois KF, o algoritmo IMM modificado por (49), o algoritmo IMM com dois filtros H_∞ e o algoritmo IMM com dois filtros H_∞ e modificado por (49), respectivamente. Através do RMSE médio, a Tabela 1 sumariza o que foi realizado.

Observando as Figuras de 2 à 5 e a Tabela 1, pode - se perceber que a combinação IMMH_∞ modificada pela ponderação dos estados (IMMH_∞mod) foi bastante superior às demais. A primeira guinada, mais suave não resultou em aumento do RMSE. Entretanto, a segunda guinada, mais rápida, resultou em aumento do RMSE, exceto para a posição na coordenada

TABELA I

RESULTADOS PARA $r = 1000$

	I	II	III	IV
Pos x	1,8916	0,8247	0,1197	0,0357
Veloc x	3,0134	2,7881	2,4817	0,7418
Pos y	2,9777	1,7534	0,1449	0,0355
Veloc y	3,2354	2,9690	3,0397	0,7626

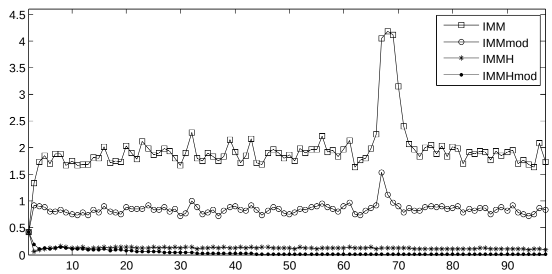

Fig. 2. RMSE da posição em x para r=1000 ao longo de k

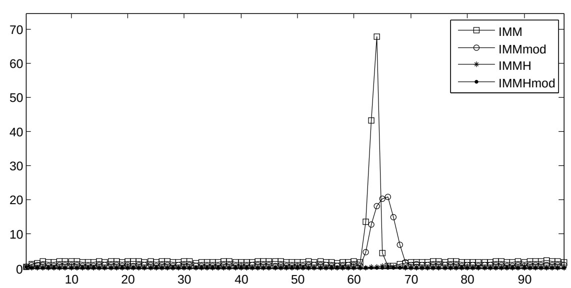

Fig. 3. RMSE da posição em y para r=1000 ao longo de k

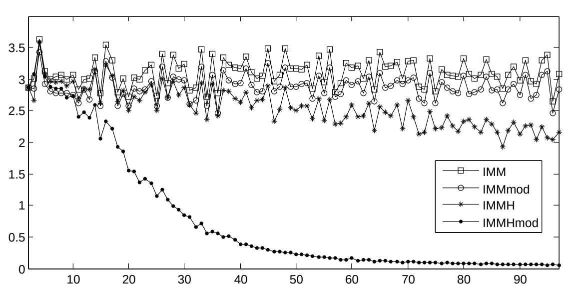

Fig. 4. RMSE da velocidade em x para r=1000 ao longo de k

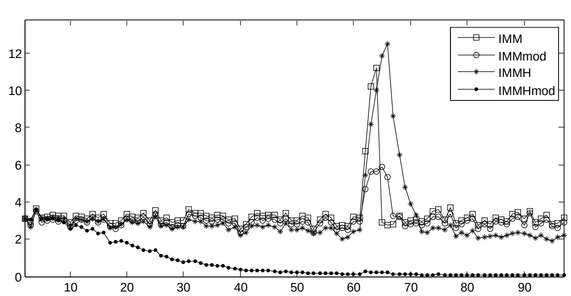

Fig. 5. RMSE da velocidade em y para r=1000 ao longo de k

x. Os modelos IMM com os filtros H_∞, incluindo ou não a alteração na ponderação dos estados estimados foram bastante superiores (menor RMSE), principalmente com relação à estimação da posição nas coordenadas x e y. O modelo IMMH_∞mod, embora tenha apresentado um transitório maior na estimação da velocidade nas coordenadas x e y, foi mais acurado que os demais.

Não foi percebida diferença no tempo de execução dos algoritmos descritos. Esse tempo foi computado pela função ”tic (inicia) toc (finaliza)”do Matlab.

VI. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Nesse trabalho, foi implementado um modelo IMM com filtragem H_∞ e com ponderação dos estados baseada no traço da matriz de covariância dos erros de estimação. Através de uma trajetória hipotética, os resultados foram comparados via o erro quadrático médio (RMSE) após 100 trajetórias simuladas. Os modelos abordados foram o modelo IMM clássico e variações envolvendo o modelo IMM com a filtragem H_∞ na presença (IMMH_∞mod) e na ausência do critério de ponderação baseado no traço da matriz de covariância dos erros de estimação (IMMH_∞). Os resultados indicam que os modelos IMM combinados com o critério de ponderação pelo traço da matriz de covariância obtiveram menores erros de estimação, comparativametente ao modelo IMM tradicional. Além disso, aliado ao uso da estimação H_∞ foram os mais acurados, inclusive diante de variações bruscas de velocidade. Diante dos resultados obtidos e da menor complexidade dos algoritmos IMMmod e IMMH_∞mod, estes podem ser uma alternativas vantajosas diante dos algoritmos IMM tradicionais. Os MM modelos tradicionais com MJLS tem a interpolação dos estados estimados baseada na matriz de transição de probabilidades, a qual muitas vezes é computada como parâmetro de projeto pelo seu desconhecimento. Como próximo trabalho, o modelo IMM será formulado como um modelo convexo e os resultados serão comparados com as formulações tradicionais.

REFERÊNCIAS

[1] SHAKED, U. h_∞ minimum error state estimation of linear stationary processes. *IEEE Trans. Automat. Control*, v. 35, p. 554–558, 1990.

[2] NAGPAL, K. M.; KHARGONEKAR, P. Filtering and smoothing in H_∞ setting. *IEEE: Transaction on Automatic Control*, n. 36, p. 152–166, 1991.

[3] SHAKED, U.; THEODOR, Y. H_∞ optmal estimation: a tutorial. *IEEE: Proceedings of the* 31^{st} *Conference on Decision and Control*, p. 2278–2286, 1992.

[4] BLOM, H. A. P.; BAR-SHALON, Y. The interacting multiple model algorithm for systems with markovian swiching coefficients. *IEEE Trans. on Automatic Control*, v. 33, n. 8, p. 780–783, 1988.

[5] LI, X.; ZHAO, Z.; LI, X. General model set design methods for multiple model approach. *IEEE Trans on Automatic Control*, v. 50, n. 9, p. 1260–1276, 2005.

[6] LI, X. R.; JILKOV, V. P. Survey of maneuvering target tracking. part v: Multiple model methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Eletronic Systems*, v. 41, n. 4, p. 1255–1321, 2005.

[7] YEPES, J. L.; HWANG, I.; ROTEA, M. New algorithms for aircraft intent inference and trajectory prediction. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 30, n. 2, p. 370–382, 2007.

[8] FU, X. et al. New interacting multiple model algorithms for tracking of maneuvering target. *IET Control Theory and Applications*, v. 4, p. 2184–2194, 2010.

[9] FU, X. et al. A novel interacting multiple model algorithm based on multisensor optimal information fusion rules. *American Control Conference*, p. 1201–1206, 2009.

[10] FU, X. et al. $h\infty$ filtering with diagonal interacting multiple model algorithm for maneuvering target tracking. *American Control Conference*, p. 6187–6191, 2013.

[11] MAZOR, E. et al. Interating multiple model methods in target traking: A survey. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, v. 34, n. 1, p. 103–123, 1998.
[12] CRASSIDIS, J. L.; JUNKINS, J. L. *Optimal estimation of dynamic systems*. [S.l.: s.n.], 2004.
[13] TAKABA, K. *Studies on H_∞ Filtering Problems for Linear Discrete-Time Systems*. Tese (Doutorado) — Kyoto University, January 1996.
[14] FORSSELL, U. *On H_2 and H_∞ optimal estimation*. Tese (Doutorado) — Linköping University, 1996.
[15] HASSIBI, B.; SAYED, A. H.; KAILATH, T. Linear estimation in Krein space. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 41, n. 1, 1996a.
[16] HASSIBI, B.; SAYED, A. H.; KAILATH, T. Linear estimation in Krein space. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 41, n. 1, 1996b.
[17] HASSIBI, B.; SAYED, A. H.; KAILATH, T. h_∞ optimality of the lms algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 44, n. 2, p. 267–280, 1996c.
[18] DENG, Z. et al. New approach to information fusion steady state kalman filtering. *Automatica*, v. 41, p. 1695 – 1707, 2005.
[19] HO, T.; FAROOQ, M. Comparing an interacting multiple model algorithm and a multiple process soft switching algorithm: equivalence relationship and tracking performance. *Proc Third Int Conf on Information Fusion*, 2000.