

Busca de solução ótima para formação de helicópteros de ataque contra posição defendida por artilharia antiaérea de cano

Gieser Augusto Rauber Duarte¹, Rodrigo Arnaldo Scarpel²

¹Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos/SP - Brasil

²Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos/SP - Brasil

Resumo—Em um mundo moderno e altamente competitivo a busca pela otimização de produtos, processos e formas de gerenciamento está presente em quase todas as atividades humanas. No campo da tática militar não é diferente. Neste estudo buscamos simplificar o importante problema tático de um formação de aeronaves de ataque buscando neutralizar um objetivo defendido por artilharia antiaérea de cano. O modelo matemático obtido é utilizado para avaliar diferentes formações de voo, em busca da solução ótima que maximize a eficácia do ataque. São usadas quatro meta-heurísticas na busca pela solução: *black hole*, *tabu search*, *particle swarm* e *simulated annealing*. As soluções obtidas são comparadas a formações clássicas de voo. Para o sistema defensivo estudado, a formação em linha de frente foi obtida como a solução ótima.

Palavras-Chave—Otimização; Formatura; Antiaérea.

Abstract—In a modern and highly competitive world, the search for optimization of products, processes and forms of management is present in almost all human activities. In the field of military tactics it is no different. In this paper we sought to simplify the important tactical problem of an attack aircraft formation in order to neutralize an objective defended by anti-aircraft gun. The obtained mathematical model is used to evaluate different flight formations, in search of the optimal solution that maximizes the effectiveness of the attack. Four metaheuristics are used in the search for the solution: *black hole*, *tabu search*, *particle swarm* and *simulated annealing*. The obtained solutions are compared to classic flight formations. For the defensive system studied, frontline formation was obtained as the optimal solution.

Keywords—Optimization; Flight Formation; Anti-aircraft gun.

I. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da aviação as vantagens do voo em formação tornaram-se evidentes às forças armadas envolvidas em conflitos. O voo coordenado entre duas ou mais aeronaves permite que haja apoio mútuo, dispersão ou concentração no emprego de bombas, posicionamento inicial vantajoso num combate aéreo etc.

O constante desenvolvimento de novas aeronaves, armamentos e sistemas de defesa antiaérea impulsionou o desenvolvimento de novas formações de voo e táticas aéreas. No que tange especificamente as aeronaves de ataque ao solo, as exigências do voo em formação a baixa altura e sob intenso fogo antiaéreo impactam intensamente o tipo de formação de voo a ser utilizado nesse tipo de missão.

Neste contexto, e também levando em conta que aproximadamente dois terços das perdas de aeronaves em guerras pós Segunda Guerra Mundial se deu entre aeronaves de ataque em

missões de ataque a alvos em solo, percebe-se a importância de estudar esse tipo de formação de voo.

Evidentemente a formação de ataque desempenha papel fundamental no sucesso de uma incursão. A disposição espacial das aeronaves afeta diretamente a eficácia da resposta do sistema defensivo. As formações aéreas são usualmente desenvolvidas através da experiência dos pilotos, orientada por princípios táticos básicos e pela observação e restringidas por fatores como segurança de voo, mitigação de fogo amigo e parâmetros de emprego dos armamentos. No entanto, seguindo a tendência atual da busca da otimização em todas as atividades humanas, nada nos impede de utilizar modernas ferramentas da pesquisa operacional para buscar melhores soluções para o problema.

Baseando-se nessa premissa, este trabalho tem por objetivo estudar o problema de otimizar a formação de helicópteros de ataque ao longo da corrida de emprego do armamento num alvo defendido por artilharia antiaérea de cano e propor, se as soluções encontradas forem consideradas viáveis, novos tipos de formação supostamente mais eficientes.

II. BIBLIOGRAFIA CORRELATA

Diversos estudos envolvendo a simulação de situações em que um alvo aéreo é atacado por defesas antiaéreas podem ser encontrados. Em [1] é estudado o problema de atacar mísseis de cruzeiro com um conjunto de baterias antiaéreas de 100mm. O problema da alocação de alvos e recursos da defesa antiaérea é estudado por [2], com o uso da metaheurística "*particle swarm*" e a lógica da viabilidade e eficiência da interceptação representada por parâmetros como a distância relativa entre o alvo e a defesa, o tempo de voo dos projéteis, a condição do ponto de controle de distribuição entre outros.

Recentemente, uma grande proliferação de trabalhos na área de otimização de táticas de combate através de métodos computacionais vem ganhando espaço. Um assunto de especial e recorrente interesse é concernente ao combate BVR (Beyond Visual Range) entre aeronaves, como exemplificado em [3]. Neste trabalho, busca-se as melhores soluções de sequências de disparo de mísseis e alocação de alvos entre dois times de aeronaves, através da simulação estocástica de eventos. Conceitos como o equilíbrio de Nash e funções associativas de avaliação são utilizados dentro de um procedimento baseado em programação linear. Uma otimização para combate BVR utilizando redes bayesianas também pode ser vista em [4].

O desenvolvimento de táticas aéreas de outros tipos de combate aeronave contra aeronave também vem sendo in-

tensamente pesquisado, com ênfase no desenvolvimento de manobras através da busca por meta-heurísticas e outros métodos de inteligência artificial. Boa parte desses trabalhos visa o desenvolvimento de sub rotinas especialmente aplicáveis ao uso de aeronaves autônomas. Em [5] é citado o desenvolvimento de um software de otimização para táticas aéreas de larga escala, utilizando algoritmos genéticos. No capítulo 19 do livro "Creative Evolutionary Systems" (ver [6]) é explorado o uso de algoritmos evolucionários para a descoberta de novas manobras de combate. Em [7] é proposto um framework para exploração de novas táticas, baseado em meta-heurística de algoritmos genéticos. No trabalho de [8] é estudada a exploração de novas manobras de combate aéreo através do uso do algoritmo classificador Naive Bayes.

Em [9] é estudado o problema de tomada de decisão em uma missão coordenada de ataque com múltiplas aeronaves. É proposto um modelo matemático de diagnóstico situacional conforme a teoria Dempster-Shafer (D-S) e um modelo de tomada de decisão baseado em teoria dos jogos.

A pesquisa pelo assunto em pauta neste trabalho revela um crescimento significativo na quantidade de trabalhos publicados tendo como objeto de estudo o desenvolvimento de manobras e táticas para uso em veículos aéreos autônomos, a maioria delas baseada em métodos utilizando algum tipo de inteligência artificial. Os países que mais tem publicado nessa pauta são os Estados Unidos da América e a China, o que reflete um corrida em busca de eficiência militar no campo da tática aérea para implementação nos vetores projetados para entrar em operação nas próximas décadas.

III. MATERIAIS E MÉTODOS

A. Modelagem do problema

No problema decisório de como planejar um ataque basicamente dois fatores principais são levados em conta: os riscos envolvidos e a probabilidade de sucesso. Neste trabalho o fator risco foi representado pelo cálculo da probabilidade de pelo menos uma das aeronaves atacantes ser destruída. Já a expectativa de sucesso foi representada pelo cálculo da probabilidade de o alvo ser atingido por pelo menos uma das munições empregadas pela esquadrilha de aeronaves atacantes.

A Função Objetivo (FO) foi calculada a partir da probabilidade de o alvo ser atingido, com restrições impostas pelo fator risco máximo aceitável para a missão. Dessa forma, formações que tenha uma probabilidade calculada de abate de pelo menos uma das aeronaves atacantes maior do que um dado valor aceitável (dado de entrada) foram descartadas, ao passo que as que atendam as restrições mínimas foram otimizadas, buscando a posição de ataque mais eficiente (com maior probabilidade de destruir o alvo).

Evidentemente, o problema real é extremamente complexo e composto de inúmeras variáveis. A simplificação matemática realizada baseou-se numa arena com terreno plano, e as funções que calculam as probabilidades de risco e de sucesso foram sugeridas baseadas nos fatores físicos envolvidos. São dados de entrada a quantidade, a posição das baterias antiaéreas e suas características de desempenho, a quantidade de aeronaves atacantes, a altura de voo durante o ataque e a velocidade.

Outra simplificação adotada no problema diz respeito a parte temporal e a trajetória de voo. O tempo foi discretizado, sendo calculada a probabilidade acumulada ao longo de diversos instantes durante a corrida de ataque e a evasão das aeronaves, com o intervalo entre esses instantes fixo e baseado numa estimativa de quantas salvas de tiros seriam empregadas pela Artilharia Antiaérea (AAAe).

Em relação a trajetória foi realizado o seguinte: cada formatura é considerada como idêntica ao formato adotado no instante no qual é realizado o lançamento da munição e mantida fixa durante toda corrida de ataque e evasiva. Foram modelados dois tipos de formaturas, denominados aqui genericamente de abertas e fechadas. Nas abertas as aeronaves estão mais livres, e mantêm uma proa fixa até o alvo (vide Figura 1), de forma a posicionar-se na formatura exata no momento do emprego do armamento.

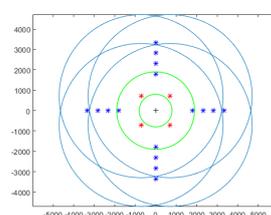


Fig. 1. Exemplo da evolução temporal de formação de ataque "aberta". A cruz no centro é o alvo, asteriscos vermelhos as baterias AA, círculos azuis representam o alcance da AA, asteriscos azuis são os helicópteros (há apenas 4 helicópteros, mas estão representados 4 instantes de tempo aqui) e círculos verdes representam o alcance mínimo e máximo de emprego dos helicópteros.

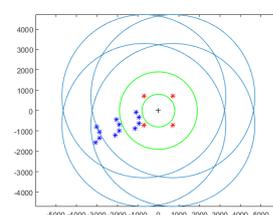


Fig. 2. Exemplo da evolução temporal de formação de ataque "fechada". A simbologia é a mesma da figura ao lado.

Nas formaturas fechadas as aeronaves posicionam-se de forma mais restrita ao redor da aeronave líder, obedecendo regras que delimitam zonas específicas nas quais podem se localizar (vide Figura 3). Para estas formaturas a aeronave líder segue uma trajetória (radial ao alvo) de proa fixa até a posição de emprego do armamento e as demais mantêm sua posição em relação à aeronave líder de forma rígida (vide Figura 2).

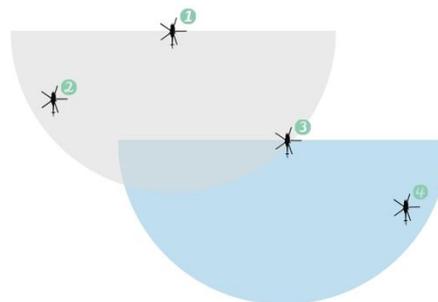


Fig. 3. Formaturas "fechadas". A aeronave 2 e a 3 podem posicionar-se em qualquer ponto na zona cinza, ou seja, em um ângulo de 180° a 360° em relação à aeronave líder (aeronave 1) e a distância de 20 a 1000 metros desta. Já a aeronave 4 cumpre as mesmas restrições (zona azulada), mas em relação à aeronave 3.

B. Função Fator de Risco

O cálculo do fator risco, o qual desempenha a função de restrição do problema na Função Objetivo (FO) foi feito levando em conta todas as aeronaves e todas as baterias antiaéreas do problema. Como definiu-se que a avaliação de risco deve ser feita em termos da probabilidade de pelo menos uma das aeronaves ser abatida, o procedimento adotado foi avaliar, através da posição de cada aeronave da formação, qual o risco ao qual ela se expôs assumindo aquela posição, de forma cumulativa ao longo dos instantes em que há ação da AAAe.

Quando uma aeronave encontra-se numa posição que está dentro do alcance efetivo de mais de uma bateria antiaérea o cálculo do risco é feito a partir da soma das probabilidades de cada uma das antiaéreas as quais está exposta. Por exemplo, para o caso de duas baterias antiaéreas (chamemos de evento A a primeira antiaérea atingir a aeronave e evento B a segunda antiaérea atingir a aeronave) e uma aeronave numa posição (x_1, y_1) , tem-se:

Probabilidade da antiaérea A atingir a aeronave dado que ela esteja na posição (x_1, y_1) :

$$P(A) = P_A = P(A/(x_1, y_1)) \quad (1)$$

Probabilidade da antiaérea B atingir a aeronave dado que ela esteja na posição (x_1, y_1) :

$$P(B) = P_B = P(B/(x_1, y_1)) \quad (2)$$

Probabilidade da aeronave que está na posição (x_1, y_1) ser atingida pela antiaérea A ou B, considerando as probabilidades $P(A)$ e $P(B)$ independentes:

$$P_{risco} = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = P_A + P_B - P_AP_B \quad (3)$$

Extendendo o raciocínio para N baterias antiaéreas e adotando a notação abaixo, para a probabilidade da antiaérea i atingir a aeronave dado que ela esteja na posição (x_1, y_1) :

$$P_i = P(i/(x_1, y_1)) \quad (4)$$

Têm-se, para N baterias antiaéreas, a equação condensada:

$$P_{risco} = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_i) \quad (5)$$

A equação acima corresponde ao risco para uma dada aeronave num dado instante. Porém ao longo da trajetória da aeronave ela estará sujeita às salvas das N baterias antiaéreas por diversos instantes. Adotando a notação abaixo para a probabilidade da antiaérea i atingir a aeronave no instante t dado que ela esteja na posição (x_1^t, y_1^t) :

$$P_i^t = P(i, t/(x_1^t, y_1^t)) \quad (6)$$

Matematicamente, o problema do cálculo do risco acumulado em T instantes é feito de forma análoga, sendo descrito pela equação abaixo:

$$P_{risco} = 1 - \prod_{t=1}^T \prod_{i=1}^N (1 - P_i^t) \quad (7)$$

Por fim, concernente ao problema de calcular o risco envolvendo toda a esquadrilha de aeronaves, levantou-se duas

formas básicas de modelar a interação entre a esquadrilha e o conjunto das baterias antiaéreas.

A primeira, nomeada arbitrariamente de método exclusivo, é calcular o risco para cada uma das M aeronaves (a cada instante), observar qual foi o risco de maior valor e adotar esse valor como o risco para a esquadrilha toda. Nesse caso, faz-se a premissa de que o comportamento do conjunto de baterias antiaéreas é avaliar dentre todas as aeronaves qual está em situação mais vulnerável, e concentrar o fogo de todas as baterias nessa aeronave, esquecendo-se das demais. Assim, adotando-se como $P_{risco}_j^t$ a probabilidade da aeronave j ser abatida pela defesa antiaérea no instante t e como $P_{exclusivo}$ o risco para toda a esquadrilha, temos:

$$P_{exclusivo}^t = \max_{j \in [1, M]} (P_{risco}_j^t) \quad (8)$$

A segunda, nomeada arbitrariamente de método inclusivo, é calcular o risco para cada aeronave (a cada instante) e depois calcular a probabilidade de que pelo menos uma aeronave seja abatida, utilizando uma equação semelhante a (5), mas englobando o risco de todas as aeronaves. Assim:

$$P_{inclusivo}^t = 1 - \prod_{j=1}^M (1 - P_{risco}_j^t) \quad (9)$$

Nesse método realiza-se o equivalente matemático a calcular "a probabilidade de pelo menos uma das aeronaves ser abatida", mas deve-se notar que a premissa aqui é que todas as baterias antiaéreas possam atirar em todas as aeronaves simultaneamente, ou seja, há uma superposição de todas as ações possíveis, o que evidentemente não é possível de ocorrer no mundo real.

Dessa forma, notando que o método exclusivo age como um limitante inferior para o risco da esquadrilha e o método inclusivo age como limitante superior (e evidentemente impossível de ser obtido na realidade), propôs-se utilizar a média aritmética entre os valores obtidos pelo dois métodos, em cada instante. Assim, tomando R^t como o risco real da esquadrilha perder (pelo menos) uma aeronave, no instante t , é:

$$R^t = (P_{exclusivo}^t + P_{inclusivo}^t)/2 \quad (10)$$

Finalmente, o risco R acumulado para toda a esquadrilha, ao longo da corrida de ataque e da evasiva, é dado por:

$$R = 1 - \prod_{t=1}^T (1 - R^t) \quad (11)$$

C. Função Probabilidade de uma Bateria Antiaérea Atingir uma Aeronave Atacante

A modelagem da função, representada pela equação (6), baseou-se em fatores físicos ligados à operação da bateria antiaérea, como a balística do projétil, a detecção da aeronave e as mudanças do alinhamento do cano para acompanhar a movimentação da aeronave. A descrição completa da *racionalle* utilizada nesta modelagem matemática encontra-se em [10].

Dessa forma, a função que descreve a probabilidade de uma aeronave atacante ser atingida pela bateria antiaérea em função de sua distância horizontal à bateria foi construída

a partir da média ponderada das probabilidades devido aos fatores influentes citados anteriormente. Assim:

$$P(r) = w_{dist} \cdot P_{dist} + w_{tam_ang} \cdot P_{tam_ang} + w_{vel_ang} \cdot P_{vel_ang} \quad (12)$$

onde:

$$w_{dist} + w_{tam_ang} + w_{vel_ang} = 1 \quad (13)$$

Se adotarmos o mesmo peso para todos os fatores influentes (dist=distância, tam_ang=tamanho angular e vel_ang=velocidade angular), e utilizarmos um fator de atenuação $exp((-r+A) \cdot F)$ que passa a multiplicar P depois que a distância r excede o valor do alcance máximo efetivo obteremos um resultado semelhante ao da Figura 4, abaixo.

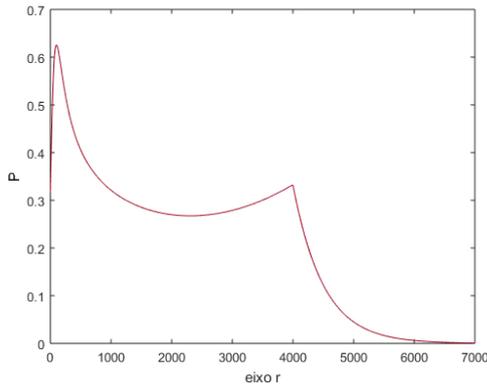


Fig. 4. Probabilidade da antiaérea atingir a aeronave em função da distância

D. Cálculo da Função Fator de Risco

Estando disponível a "função probabilidade de uma bateria antiaérea atingir uma aeronave atacante" torna-se possível, através do uso das equações da seção III-B, calcular a Função Fator de Risco em todo o espaço de busca de soluções do problema.

Na Figura 5 vemos o campo de probabilidades de risco formado ao redor das baterias antiaéreas para o caso de 4 baterias cercando o alvo (conforme visto por uma aeronave arbitrária j e num instante arbitrário t).

E. Função Fator de Sucesso

A Função Fator de Sucesso representa a probabilidade do evento "pelo menos uma das aeronaves atacantes atingir o alvo defendido pelas baterias antiaéreas" ocorrer.

Para seu cálculo usaremos novamente a hipótese de que os eventos de cada uma das aeronaves atingir o objetivo é independente, e obteremos equações idênticas às da Função Fator de Risco.

Usando uma notação com um subscrito na letra T indicando a aeronave, e observando que a coordenada do alvo é sempre considerada (0,0), temos que a probabilidade da aeronave j -ésima atingir o alvo é dada por:

$$P(T_j) = P(T_j/(0,0)) \quad (14)$$

Usando passos semelhantes ao da III-B, chegaremos ao resultado para M aeronaves atacantes:

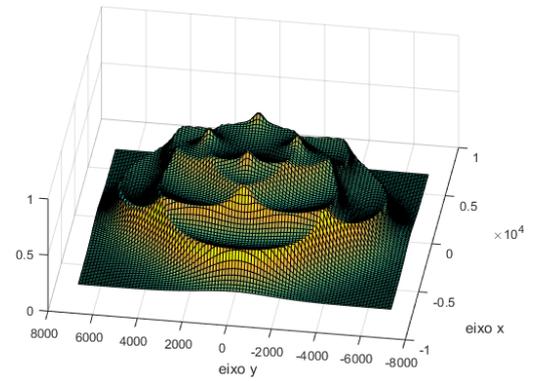


Fig. 5. Campo de probabilidades formado ao redor de 4 baterias antiaéreas. Em cada ponto do campo vemos a probabilidade de pelo menos uma bateria antiaérea atingir a aeronave atacante. Posições das baterias antiaéreas: $A(2000, 0)$, $B(-2000, 0)$, $C(0, 2000)$ e $D(0, -2000)$.

$$P_{sucesso} = 1 - \prod_{j=1}^M (1 - P(T_j)) \quad (15)$$

Para calcular os valores de $P(T_j)$ é necessário construir uma função probabilidade da aeronave atingir o alvo.

F. Função Probabilidade da Aeronave Atingir o Alvo

A construção da função baseia-se em fatores físicos e também em fatores ligados à experiência de emprego real: distância de emprego, tamanho angular do alvo e influência da intensidade do fogo antiaéreo inimigo. Uma simplificação adotada foi a escolha do foguete como armamento empregado no ataque ao alvo. A descrição completa da *racionalle* utilizada nesta modelagem matemática encontra-se em [10].

A função modelada é a seguinte (os termos com P são as probabilidades e com w os pesos, sendo os fatores contribuintes dist=distância, tam_ang=tamanho angular e fogo=pressão defensiva):

$$P(T/(x,y)) = w_{suc_dist} P_{suc_dist} + w_{suc_tam_ang} P_{suc_tam_ang} + w_{suc_fogo} P_{suc_fogo}$$

onde:

$$w_{suc_dist} + w_{suc_tam_ang} + w_{suc_fogo} = 1 \quad (16)$$

Se adotarmos o mesmo peso para todos os fatores influentes, obtemos o gráfico na Figura 6.

G. Cálculo da Função Fator de Sucesso

Com a disponibilidade da função "probabilidade de uma esquadrilha de aeronaves atingir o alvo" torna-se possível, através do uso das equações da seção III-E calcular a Função Fator de Sucesso em todo o espaço de busca de soluções do problema.

O espaço de soluções é composto pelas variáveis de entrada, que são as coordenadas de cada aeronave (as coordenadas das baterias antiaéreas são dados fixos de entrada). Por isso só é possível plotar a Função Fator de Sucesso para uma aeronave, representando o fator de sucesso no eixo z e as coordenadas

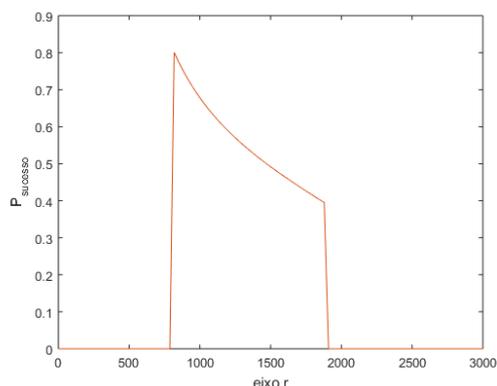


Fig. 6. Probabilidade da aeronave atingir o alvo em função da distância e devido à soma ponderada de todos os fatores influentes, com os mesmos pesos ponderados para todos.

da única aeronave nos eixos x e y . Para mais aeronaves o espaço de busca possuirá muitas dimensões para ser plotado.

Caso utilize-se a restrição de não sobrevoar regiões onde a Função Fator de Risco exceda um valor delimitado, a Função Fator de Sucesso altera-se. Na Figura 7 a aeronave evita regiões onde o risco de ser abatida exceda o valor 0,5.

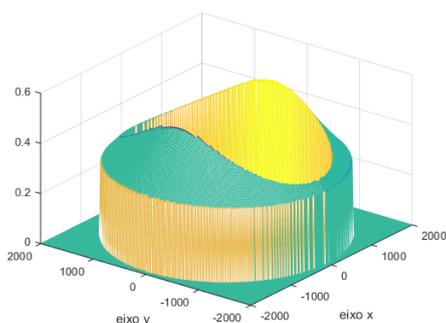


Fig. 7. Função Fator de Sucesso para o ataque realizado por 1 anv, em um alvo defendido por 2 baterias antiaéreas posicionadas em (700,0) e (-700,0) e risco máximo aceitável $P_{risco_max_aceitavel} = 0.50$, para um instante t .

H. Cálculo da Função Objetivo

O cálculo da função é feito então com base na Função de Risco e na Função Fator de Sucesso, conforme exemplificado no diagrama mostrado na Figura 8.

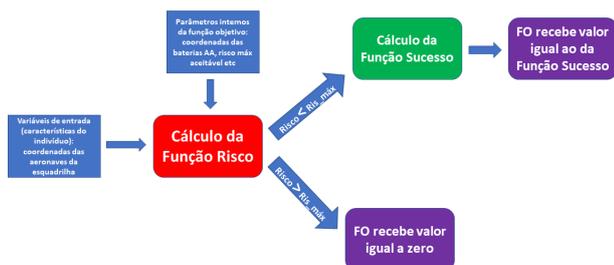


Fig. 8. Fluxograma do cálculo da função objetivo.

O problema resume-se então a procurar dentro do espaço de busca 2M-dimensional (onde M é o número de aeronaves da esquadrilha) a configuração com melhor valor da Função Objetivo.

Utilizando-se quatro aeronaves, a combinação de posições possíveis para todas as aeronaves da esquadrilha tomou proporções elevadas, impossibilitando o uso de métodos exaustivos. Não havia garantias de que métodos de busca por gradiente seriam eficazes para este problema. Da mesma forma, não há heurísticas específicas. Sendo assim, optou-se por uma abordagem com o uso de meta-heurísticas. Utilizou-se o Framework LOF-MH, do IEAv-DCTA, descrito em detalhes na referência [11].

Neste trabalho foram utilizadas quatro meta-heurísticas: *Simulated Annealing*, *Tabu Search*, *Black Hole* e *Particle Swarm*.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os cálculos para a busca da solução ótima totalizaram mais de 265 horas de operação de um computador equipado com um processador Intel i5 8400, 32gb de RAM e Windows 10.

Para uso do Framework LOF-MH, as funções objetivo referentes as formações de voo tipo aberta e fechada foram codificadas na linguagem C++. Além disso essa mesmas funções objetivo foram programadas em Matlab®, para propósitos de conferência e também extração de imagens.

Os parâmetros utilizados nas funções objetivo são descritos em detalhes em [10].

A. Testes de Convergência

Antes da realização das rodadas de cálculo foram realizados testes para decidir os parâmetros das meta-heurísticas, os critérios de parada e a quantidade de rodadas.

De forma geral, a convergência ocorreu para um número muito maior de iterações para formaturas do tipo fechadas, o que é natural tendo em vista que esse tipo de formatura adiciona mais restrições ao problema.

B. Resultados

Realizaram-se 100 rodadas para cada meta-heurística. O desempenho das meta-heurísticas ao longo destes cálculos reproduziu o que já havia ocorrido nos testes de convergência: houve bastante evolução para formaturas abertas, mas a restrição introduzida pelas formaturas fechadas levou a que apenas a meta-heurística *Black Hole* tivesse um desempenho satisfatório nesse caso, enquanto as demais não evoluíram, ficando presas em máximos locais.

1) *Formaturas Abertas*: As melhores soluções obtidas apresentaram uma tendência a posicionar as aeronaves próximas ao eixo horizontal ou vertical do sistema de coordenadas. Da perspectiva de uma única aeronave, é possível descrever o sistema defensivo como um campo de probabilidade com "vales e elevações", onde os vales representavam regiões de menor risco e elevações riscos mais altos. Como a equação (10), que descreve o risco para a esquadrilha inteira tem um viés cumulativo, é de se esperar que posicionar aeronaves em regiões de "vale" de fato reduza o risco total para a esquadrilha. De forma semelhante, as características da "função sucesso" levam a uma maior "valorização" dos vales que estão mais próximos do alvo.

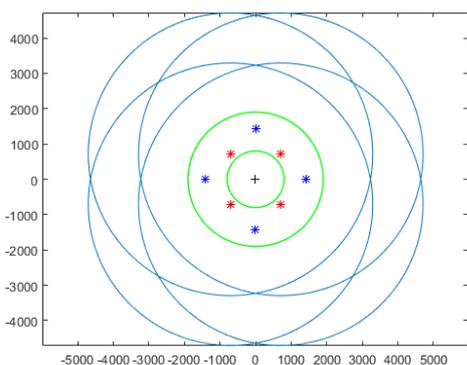


Fig. 9. Melhor resultado obtido para formaturas abertas, obtido via MH Particle Swarm. FO:0.951813

2) *Formaturas Fechadas*: Para a maioria das rodadas de cálculo com as meta-heurísticas *Tabu Search* e *Simulated Annealing* não se obteve evolução nos resultados, de forma que todos os melhores resultados para essas MH trataram-se de uma primeira solução boa, que não evoluiu. A MH *Particle Swarm*, apesar de ter tido o melhor desempenho na busca de soluções para formações abertas, não convergiu para nenhum dos diversos conjuntos de parâmetros testados, de forma que não foram realizadas rodadas de cálculo com a mesma. A MH *Black Hole* teve um desempenho satisfatório, tendo evoluído em todas as rodadas de cálculo e obtendo as soluções melhor avaliadas. O melhor resultado obtido foi com valor de FO de 0.948811. Percebendo-se que as regiões próximas ao eixo vertical e horizontal eram promissoras, decidiu-se por restringir a posição da aeronave líder ao eixo vertical, o que levou ao aprimoramento da melhor solução para as formaturas fechadas.

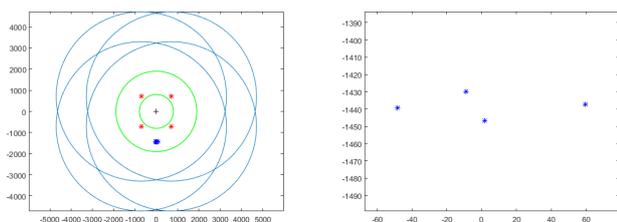


Fig. 10. Primeiro melhor resultado para a MH Black Hole. FO:0.95078. À esquerda: primeiro melhor resultado em zoom.

V. CONCLUSÃO

Conforme visto, para a função objetivo que buscava as soluções em formações abertas a meta-heurística *Particle Swarm* obteve o melhor desempenho, e as melhores soluções obtidas levaram a conclusão de que existem regiões vantajosas para posicionar as aeronaves (no momento do emprego do armamento), sendo essas regiões do tipo "vales" no mapa do campo de probabilidade de risco.

Nos testes para formaturas fechadas os melhores resultados (obtidos via MH *Black Hole*) apontaram a tendência a posicionar a esquadrilha toda de aeronaves de forma compacta nas mesmas regiões apontadas como promissoras pelos cálculos com formaturas abertas.

Os resultados indicaram que a formação ótima deveria ser bastante compacta, com pouco distanciamento entre as aeronaves (entre 40 a 76 metros) e deveriam ficar próximas a uma linha de frente, com as aeronaves lideradas assumindo posições até 10° recuadas para trás em relação a aeronave líder. Esse tipo de formação é bastante viável na prática, assemelhando-se inclusive a algumas formaturas utilizadas atualmente por várias unidades aéreas no mundo, destacando-se talvez apenas pela atípica proximidade elevada entre as aeronaves.

As melhores soluções obtidas para as formaturas abertas tiveram avaliação superior aos seus pares para formaturas fechadas, indicando que um ataque convergente vindo de várias direções ótimas (onde há mais "vales") teria desempenho superior ao ataque realizado por aeronaves agrupadas. No entanto, a dificuldade de coordenação precisa de várias aeronaves torna esse tipo de abordagem de difícil implementação na prática, sendo mais adequado a futuras gerações de aeronaves não-tripuladas, que possuirão a capacidade de voar de forma extremamente coordenada e em trajetórias precisas.

REFERÊNCIAS

- [1] Q.-T. Zeng and H.-Z. Wu, "Simulative study on barrage fire efficacy of air burst anti-aircraft gun under c4isr," *Binggong Xuebao/Acta Armamentarii*, vol. 28, no. 10, pp. 1164–1168, 2007, cited By 0. [Online]. Available: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-37349107445&partnerID=40&md5=47dd131b090f8abe3b36bd8cfd998668>
- [2] R.-J. Yang, D.-H. Yan, R. Yang, and J. Xu, "Study on region anti-aircraft interception feasibility and weapon-target allocation algorithm," *Dandao Xuebao/Journal of Ballistics*, vol. 28, no. 4, pp. 57–61, 2016, cited By 0. [Online]. Available: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85000352050&partnerID=40&md5=e345db8d57baf6b88166aa77bdd23ca5>
- [3] H. Jung-Su, H.-J. Chae, and H.-L. Choi, "A stochastic game-based approach for multiple beyond-visual-range air combat," *Unmanned Systems*, vol. 06, no. 01, pp. 67–79, 2018. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1142/S2301385018500048>
- [4] P. Du and H. Liu, "Study on air combat tactics decision-making based on bayesian networks," in *2010 2nd IEEE International Conference on Information Management and Engineering*, April 2010, pp. 252–256.
- [5] S. Mulgund, K. Harper, K. Krishnakumar, and G. Zacharias, "Air combat tactics optimization using stochastic genetic algorithms," vol. 4, 1998, pp. 3136–3141, cited By 35. [Online]. Available: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0032310389&partnerID=40&md5=2b9f963d16869657ae396b72c180a3c1>
- [6] R. Smith, B. Dike, B. Ravichandran, A. El-Fallah, and K. Mehra, "Chapter 19 - discovering novel fighter combat maneuvers: Simulating test pilot creativity," in *Creative Evolutionary Systems*, ser. The Morgan Kaufmann Series in Artificial Intelligence, P. J. Bentley and D. W. Corne, Eds. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2002, pp. 467 – VIII. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781558606739500598>
- [7] J. Yao, W. Wang, Z. Li, Y. Lei, and Q. Li, "Tactics exploration framework based on genetic programming," *International Journal of Computational Intelligence Systems*, vol. 10, pp. 804–814, 2011. [Online]. Available: <https://doi.org/10.2991/ijcis.2017.10.1.53>
- [8] W. Zu, Y. Gao, H. Chang, J. Zhang, Y. Ma, and Y. Zhang, "A uav formation maneuvering decision algorithm based on heuristic tactics knowledge," in *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, May 2017, pp. 7280–7284.
- [9] Z. Yu, M. Li, Z. Chen, and R. Zhou, "Mission decision-making method of multi-aircraft cooperatively attacking multi-target based on game theoretic framework," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 29, no. 6, pp. 1685 – 1694, 2016. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936116301789>
- [10] G. A. R. Duarte, "Busca de solução ótima para formação de helicópteros de ataque contra posição defendida por artilharia anti-aérea de cano," Trabalho de Graduação - Curso de Engenharia Aeronáutica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos - São Paulo, 2019.
- [11] W. B. Saba, "Framework de otimização baseada em meta-heurísticas," Dissertação de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos- SP - Brasil, 2017.