

Estimação de azimuth em arranjo linear de antenas com ponderações fixas

Vitor Augusto Ferreira Santa Rita, Neuton Severo de Farias Neto, Bruno Cosenza de Carvalho e Isaac Newton Ferreira Santa Rita

Centro Tecnológico do Exército (CTEx), Rio de Janeiro/RJ - Brasil

Resumo—Apresentam-se cinco técnicas de estimação de ângulo de chegada num radar com arranjo de antenas em que é aplicado um vetor de pesos ao sinal recebido nas antenas do arranjo. São feitas duas conformações, cada uma sendo obtida com metade das antenas do arranjo: metade esquerda e metade direita. As técnicas são desenvolvidas a partir dos estimadores de máxima verossimilhança, monopulso de fase e interferometria. Quando um vetor de pesos é utilizado em geral para controle dos níveis de lóbulos secundários, provocam-se distorção nas técnicas de estimação. Este trabalho, portanto, se propõe a identificar técnicas apropriadas para a estimação de ângulos de chegada. É identificado se os estimadores de máxima verossimilhança, monopulso de fase e interferometria são resilientes ou susceptíveis à distorção na estimação de ângulo e, para os casos susceptíveis, é apresentada uma forma de minimizar este problema. Aponta-se ainda a melhor técnica, segundo a métrica do erro quadrático médio.

Palavras-Chave—Radar, estimação de ângulo de chegada, arranjo de antenas.

I. INTRODUÇÃO

Um radar é projetado com o objetivo de estimar as informações de posição e velocidade a partir do eco gerado no alvo de um sinal enviado. Dentre os diversos tipos de radares, neste trabalho será analisada a estimação de azimuth em um radar pulsado doppler com arranjo de antenas.

Sabe-se que o diagrama de radiação possui lóbulos secundários indesejáveis para a operação do radar. Por este motivo, em geral, usa-se a aplicação de janelamento para a redução da intensidade destes lóbulos secundários ou limitação da amplitude do lóbulo secundário [1]. Na literatura são conhecidas técnicas de janelamento como hamming, kaiser, chebychev, etc. Será considerada no modelo de radar aqui analisado a aplicação de um vetor de pesos fixos ao sinal recebido no arranjo de antenas.

A aplicação deste vetor de pesos provoca distorção na curva de fases e na curva de razões monopulsos em função do ângulo de chegada. Essa distorção exige a alteração das técnicas de estimação de ângulo para que os valores de fase e razão monopulso possam ser apropriadamente utilizados na estimação de ângulo.

Este trabalho se propõe a comparar algoritmos de estimação de azimuth a fim de reduzir o erro de estimação causado pela distorção do diagrama de radiação em função do janelamento. Os estimadores analisados serão ML, monopulso de fase e interferometria. Cinco técnicas baseadas nestes estimadores são desenvolvidas para contornar os problemas introduzidos.

E são analisadas para identificar qual destas é a mais indicada para ser utilizada no projeto de um radar.

II. MODELO DE RADAR

Considera-se um radar pulsado com um arranjo linear de N_a antenas equidistantes de d , conforme pode ser visto na Fig. 1.

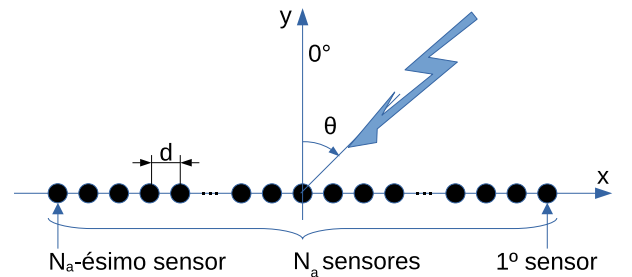


Fig. 1. Modelo de arranjo linear uniforme de N_a antenas (sensores) omnidirecionais.

Como pode ser visto na Fig. 1, o ângulo de chegada é θ , e ψ é o ângulo de chegada no espaço dos senos que relaciona-se com θ por

$$\psi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin(\theta), \quad (1)$$

com $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$. Adota-se esta nomenclatura para a simplificação das equações nos desenvolvimentos analíticos deste artigo.

Os sinais recebidos são convertidos em banda básica, sendo $\mathbf{x}(t)$ o vetor de sinais resultantes em banda básica conforme a seguir.

$$\mathbf{x}(t) = \alpha \boldsymbol{\eta}(\psi) + \mathbf{n}, \quad (2)$$

onde α é a amplitude do sinal recebido, $\boldsymbol{\eta}(\psi)$ é sinal proveniente do alvo e o vetor $\mathbf{n}$ é o ruído térmico com média nula e variância σ^2 .

O ruído térmico é modelado como um processo complexo gaussiano, de média nula e densidade espectral de potência constante na faixa de frequências em análise, ou seja, é um ruído branco de banda limitada.

São feitas duas conformações de feixes: uma com a metade das antenas do arranjo à esquerda e outra com a metade das antenas à direita, utilizando os vetores $\mathbf{w}_1$ e $\mathbf{w}_2$ como mostrados a seguir para o caso N_a par¹, cada um com metade dos elementos nulos:

V. A. F. Santa Rita, vitoraugusto.rita@eb.mil.br; N. Severo de F. N., neuton.severo@eb.mil.br; B. C. de Carvalho, bruno.cosenza@eb.mil.br; I. N. F. Santa Rita, isaac.rita@eb.mil.br.

¹O caso N_a ímpar é similar, sendo o elemento central nulo.

$$\mathbf{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{N_a}} [1 \quad \dots \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{w}_2 = \frac{1}{\sqrt{N_a}} [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T. \quad (4)$$

Aplica-se o vetor de pesos fixos $\mathbf{h}$ ao sinal recebido, que pode ser resultante de uma técnica de janelamento e/ou rotação do diagrama de radiação.

Assim, a matriz de conformações é dada por

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \circ \mathbf{h} \quad \mathbf{w}_2 \circ \mathbf{h}], \quad (5)$$

em que $\circ[\cdot]$ é o operador de *hadamard*.

As amostras dos sinais resultantes das conformações num instante t são obtidas como segue

$$\mathbf{r} = \mathbf{W}' \mathbf{x}(t). \quad (6)$$

O vetor $\mathbf{r}$ é o vetor de observações para a estimação do ângulo de chegada como pode ser visto a seguir.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

III. ALGORITMOS PARA ESTIMAÇÃO DE POSIÇÃO COM PONDERAÇÃO NA CONFORMAÇÃO DE FEIXES

A. ML

O algoritmo ML (*Maximum Likelihood*) é um algoritmo bastante conhecido na literatura de radar que calcula o valor da verossimilhança do vetor de observações com um vetor teórico relativo a um alvo hipotético em diversos azimutes. O azimuth correspondente ao alvo hipotético que gera o maior valor de verossimilhança é dito a estimativa de azimuth do alvo.

Seja um vetor de observações $\mathbf{r}$ obtido a partir do modelo em (6) com vetor média $\alpha\boldsymbol{\eta}(\psi)$ dependente dos parâmetros (α, ψ) . A função logarítmica de verossimilhança é dada por [2].

$$l((\alpha, \psi); \mathbf{r}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{r} - \alpha\boldsymbol{\eta}(\psi))^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{r} - \alpha\boldsymbol{\eta}(\psi)) + \xi, \quad (8)$$

sendo ξ um valor não aleatório que não depende de (α, ψ) e $\boldsymbol{\Sigma}$ é a matriz de covariância do ruído.

A estimativa de máxima verossimilhança desses parâmetros é obtida pela maximização de $l(\cdot)$, ou, equivalentemente,

$$(\hat{\alpha}_{ML}(\mathbf{r}), \hat{\psi}_{ML}(\mathbf{r})) = \underset{(\alpha, \psi)}{\operatorname{argmin}} \nu(\alpha, \psi; \mathbf{r}), \quad (9)$$

onde ν é a função custo

$$\nu(\alpha, \psi; \mathbf{r}) = (\mathbf{r} - \alpha\boldsymbol{\eta}(\psi))^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{r} - \alpha\boldsymbol{\eta}(\psi)). \quad (10)$$

A estimativa $\hat{\alpha}_{ML}(\mathbf{r})$ pode ser obtida partindo-se da equação a seguir, que estabelece uma condição necessária para a minimização de $\nu(\cdot)$ em função do parâmetro α :

$$\left. \frac{\partial \nu}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\hat{\alpha}_{ML}} = 0. \quad (11)$$

Após algumas manipulações algébricas, considerando que $\boldsymbol{\Sigma}$ não depende de α , chega-se a

$$\hat{\alpha}_{ML}(\mathbf{r}) = \frac{\boldsymbol{\eta}^H(\psi) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r}}{Q(\psi)}, \quad (12)$$

com $Q(\psi) = \boldsymbol{\eta}^H(\psi) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\eta}(\psi)$.

Inserindo a estimativa $\hat{\alpha}_{ML}(\mathbf{r})$ de (12) na função custo em (10) e simplificando a notação com $\nu(\alpha, \psi; \mathbf{r}) = \nu$, $\boldsymbol{\eta}(\psi) = \boldsymbol{\eta}$ e $\hat{\alpha}_{ML} = \hat{\alpha}$, fica

$$\nu = (\mathbf{r} - \hat{\alpha}\boldsymbol{\eta})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{r} - \hat{\alpha}\boldsymbol{\eta}) \quad (13)$$

$$= \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r} - \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \boldsymbol{\eta} - (\hat{\alpha} \boldsymbol{\eta})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r} + (\hat{\alpha} \boldsymbol{\eta})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \boldsymbol{\eta}. \quad (14)$$

Como $\hat{\alpha}Q(\psi) = \boldsymbol{\eta}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r}$ e $\hat{\alpha}^*Q(\psi) = \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\eta}$, temos

$$\nu = \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r} - \hat{\alpha}^*Q(\psi)\hat{\alpha} - \hat{\alpha}^*\hat{\alpha}Q(\psi) + \hat{\alpha}^*\hat{\alpha}Q(\psi) \quad (15)$$

$$= \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r} - |\hat{\alpha}|^2 Q(\psi). \quad (16)$$

Considerando $\hat{\alpha}$ de (12) na expressão acima, obtém-se

$$\nu = \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r} - \frac{|\boldsymbol{\eta}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r}|^2}{\boldsymbol{\eta}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\eta}}, \quad (17)$$

e a estimativa ML de ψ é portanto determinada por

$$\hat{\psi}_{ML}(\mathbf{r}) = \underset{\psi}{\operatorname{argmax}} \iota(\psi; \mathbf{r}), \quad (18)$$

onde

$$\iota(\psi; \mathbf{r}) = \frac{|\boldsymbol{\eta}^H(\psi) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{r}|^2}{\boldsymbol{\eta}^H(\psi) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\eta}(\psi)}, \quad (19)$$

com solução obtida por meio de um procedimento numérico de otimização tais como meta-heurísticas, técnicas com gradiente, projeção alternada, maximização de expectativa [2].

Uma vez obtidas a estimativa $\hat{\psi}_{ML}(\mathbf{r})$, retorna-se à (12) para a obtenção de $\hat{\alpha}_{ML}(\mathbf{r})$.

Particularmente para o estimador ML, verifica-se que o vetor média $\alpha\boldsymbol{\eta}(\psi)$ pode ser modificado para o vetor média $\alpha\boldsymbol{\eta}(\psi) \circ \mathbf{h}$, de forma que o vetor teórico da função de verossimilhança inclui o vetor de pesos. Assim, o estimador torna-se resiliente à distorção causada pela aplicação de $\mathbf{h}$.

O estimador ML a ser utilizado na seção de avaliação de desempenho utiliza esta modificação.

B. Interferometria

O sinal que chega no arranjo de antenas num instante t pode ser considerado uma frente de ondas. Considerando que a frente de ondas chega no arranjo de antenas no ângulo θ (conforme pode ser visto na Fig. 1), a diferença de percurso do sinal entre antenas adjacentes é $\frac{\lambda\phi}{2\pi}$, sendo o sinal modulado em portadora neste instante, tal que

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda\phi_d}{2\pi d}, \quad (20)$$

em que d é o afastamento entre antenas adjacentes e ϕ_d é a diferença de fase relativa a este afastamento.

Pelo modelo aqui utilizado com duas conformações no arranjo, uma em cada metade das antenas, e sabendo que o afastamento entre os centros das conformações é $D = \frac{(N_a-1)d}{2}$, a expressão em (20) pode ser reescrita conforme a seguir

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda\phi}{2\pi D}, \quad (21)$$

em que ϕ é a diferença de fase entre as conformações.

Assim sendo, a estimativa do ângulo θ é

$$\hat{\theta} = \arcsin\left(\frac{\lambda\hat{\phi}}{2\pi D}\right), \quad (22)$$

em que $\hat{\phi}$ é diferença de fase entre os números complexos r_1 e r_2 do vetor de observações $\mathbf{r}$.

Na Fig. 2, pode-se ver que a diferença de fase entre as conformações em função do ângulo de chegada. A diferença é linear no caso sem a aplicação de um vetor de pesos $\mathbf{h}$. Entretanto, a relação quase sempre deixa de ser linear (será vista a aproximação polinomial não linear na seção de avaliação de desempenho) para o caso em que se aplica um vetor de pesos.

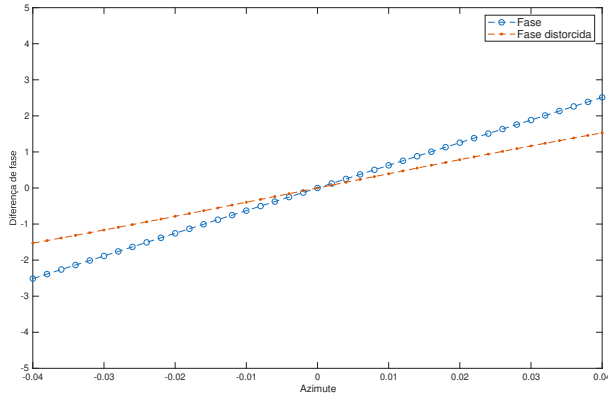


Fig. 2. Diferença de fase entre as conformações em função do ângulo de chegada.

Vê-se assim que a técnica de interferometria é susceptível à aplicação do vetor de pesos na conformação.

Apresentam-se a seguir duas soluções para estimar o ângulo de chegada a partir da técnica de interferometria pelo uso da curva de diferença de fase em relação ao ângulo de chegada, chamada de curva de interferometria daqui em diante para simplificar a nomenclatura.

A primeira solução de técnica proposta é a aproximação polinomial da curva da interferometria.

Obtém-se um polinômio p de terceiro grau que possui menor erro quadrático médio em relação à curva de interferometria, sendo o domínio da função as fases e a imagem os respectivos ângulos de chegada. Como trata-se de uma função obtida a partir de uma função ímpar, o polinômio utilizado é de grau ímpar.

Uma vez obtidos os coeficientes do polinômio p , a estimativa é obtida calculando-se $p(\hat{\phi})$, em que $\hat{\phi}$ é a diferença de fase entre r_1 e r_2 do vetor de observações $\mathbf{r}$.

A outra solução é interpolação linear da curva de interferometria, utilizando os valores numéricos de diferença de fase em relação ao azimute do alvo. Novamente aqui utiliza-se as fases no domínio da função e a imagem sendo os respectivos ângulos de chegada.

Ressalta-se que a diferença de fase não depende da amplitude do alvo.

C. Monopulso de fase

Na técnica monopulso de fase (MF), as duas conformações utilizam os vetores de pesos $\mathbf{w}_1$ e $\mathbf{w}_2$ como vetores diretores com direções paralelas à normal como pode ser visto na Fig. 3.

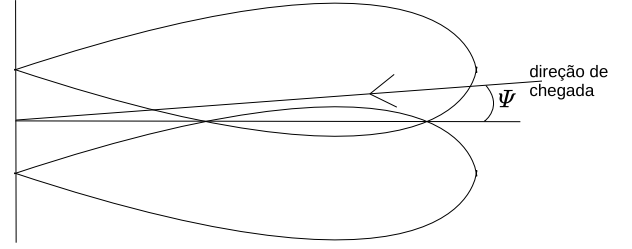


Fig. 3. Feixes relativos às conformações paralelas à normal, utilizados na estimação MF.

Os vetores diretores $\mathbf{w}_1$ e $\mathbf{w}_2$ são dados em (3) e (4), respectivamente, para o caso específico do modelo de radar aqui em uso.

O vetor de observações tem expressão conforme obtido em (6).

A partir de (7), define-se então a razão monopulso

$$\beta \triangleq \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}, \quad (23)$$

em que r_1 e r_2 são, respectivamente, o primeiro e o segundo elementos do vetor $\mathbf{r}$.

Sabe-se que $\eta(\psi)$ é função do vetor diretor $\mathbf{a}(\psi)$ na direção do alvo ψ .

$$\mathbf{a}(\psi) = [e^{j(\frac{N_a-1}{2})\psi} \quad \dots \quad e^{-j(\frac{N_a-1}{2})\psi}]^T. \quad (24)$$

Assim, a razão monopulso na qual as parcelas de ruído são desprezadas é expressa como:

$$\beta_{id}(\psi) \triangleq \frac{(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)^H \mathbf{a}(\psi)}{(\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^H \mathbf{a}(\psi)}. \quad (25)$$

Desenvolvendo, fica

$$\begin{aligned} \beta_{id}(\psi) &= \frac{\sum_{k=-\frac{N_a-1}{2}}^{-1} e^{-jk\psi} - \sum_{k=1}^{\frac{N_a-1}{2}} e^{-jk\psi}}{\sum_{k=-\frac{N_a-1}{2}}^{-1} e^{-jk\psi} + \sum_{k=1}^{\frac{N_a-1}{2}} e^{-jk\psi}} \\ &= \frac{\sum_{k=1}^{\frac{N_a-1}{2}} (e^{jk\psi} - e^{-jk\psi})}{\sum_{k=1}^{\frac{N_a-1}{2}} (e^{jk\psi} + e^{-jk\psi})} \\ &= \frac{j \sum_{k=1}^{\frac{N_a-1}{2}} \text{sen} k\psi}{\sum_{k=1}^{\frac{N_a-1}{2}} \cos k\psi}. \end{aligned} \quad (26)$$

De (26), sendo β_{id} imaginária, o seu valor para o estimador da técnica monopulso é obtido pelo operador $\Im[\cdot]$ aplicado

sobre o valor da expressão em (23), que resulta da parte imaginária de um número complexo.

A aproximação linear de $\beta_{id}(\psi)$ em torno de $\psi = 0$ é

$$\beta_{id}(\psi) \approx \beta'_{id}(0)\psi, \quad (27)$$

onde $\beta'_{id}(0)$ é a derivada da função em (26) calculada no azimute $\psi = 0$, dada pela expressão

$$\beta'_{id}(0) = \frac{j(N_a + 1)}{4}. \quad (28)$$

Assim, a estimativa de ψ é dada por

$$\hat{\psi}_{MF}(\beta) = \frac{4\Im[\beta]}{N_a + 1}. \quad (29)$$

Na Fig. 4, pode-se ver que a razão monopulso em função do ângulo de chegada sofre uma distorção pela aplicação do vetor de pesos $\mathbf{h}$. A razão é uma função ímpar nos casos sem e com a aplicação de $\mathbf{h}$.

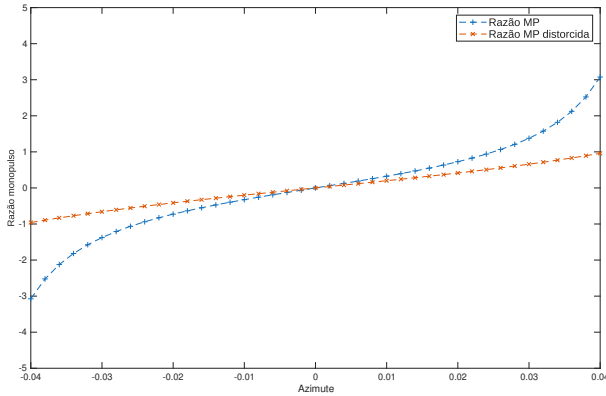


Fig. 4. Razão monopulso.

Vê-se assim que a técnica monopulso de fase é susceptível à aplicação do vetor de pesos na conformação por alterar a curva da razão monopulso, mesmo considerando que a curva original da razão monopulso não seja linear.

A aproximação polinomial da curva da razão monopulso distorcida é proposta como solução para o problema e será utilizada na avaliação de desempenho. Será utilizado um polinômio de grau ímpar pela curva ser uma função ímpar.

Outra solução é utilizar a interpolação linear dos valores de razão monopulso.

Ressalta-se que a razão monopulso não depende da amplitude do alvo.

IV. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

Na avaliação de desempenho, foram utilizadas as propostas de técnicas apresentadas anteriormente, sendo apresentadas nas legendas das figuras desta seção conforme a tabela a seguir.

O radar hipotético utilizado nas avaliações de desempenho tem um arranjo de antenas com $N_a = 51$ antenas. Espaçamento entre as antenas de $\lambda/2$, sendo λ o comprimento de onda da portadora do sinal. Razão sinal/ruído de 1 dB aproximadamente. Frequência da portadora de transmissão e recepção de 1 GHz.

O vetor de pesos utilizado nesta avaliação de desempenho utiliza o janelamento de *hamming*, sem considerar uma

TABELA I
TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO E RESPECTIVAS ABREVIACÕES

Técnica de estimação	Texto na legenda
Aproximação polinomial razão monopulso de fase	Aprox. pol. MP
Interpolação da razão monopulso de fase	Interp. MP
Aproximação polinomial da diferença de fase da interferometria	Aprox. pol. fase
Interpolação da diferença de fase da interferometria	Interp. fase
Estimador ML com o vetor de pesos $\mathbf{h}$	ML

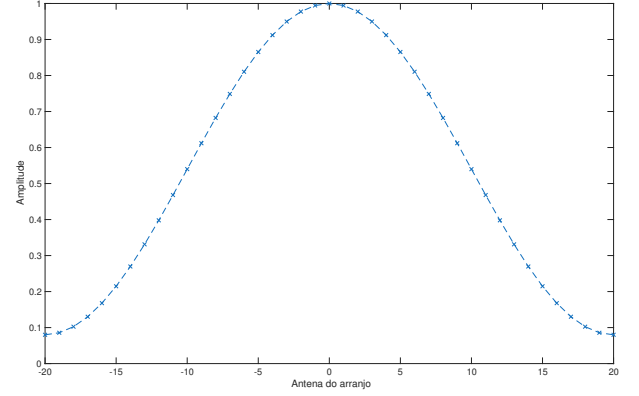


Fig. 5. Pesos do janelamento de Hamming.

rotação neste diagrama. Os valores de $\mathbf{h}$ podem ser vistos na Fig. 5.

Seguindo as propostas de soluções apresentadas anteriormente, o polinômio $p_f(\phi)$ de fase é obtido considerando como domínio as fases e como imagem os ângulos de chegada de tal forma que $\hat{\theta} = p_f(\hat{\phi})$.

Assim, o polinômio obtido como aproximação da curva de interferometria é

$$p_f(\hat{\phi}) = 0,000436\hat{\phi}^3 + 0,025166\hat{\phi}. \quad (30)$$

O polinômio $p_r(\beta)$ é obtido considerando como domínio as razões monopulsos e como imagem os ângulos de chegada de tal forma que $\hat{\theta} = p_r(\hat{\beta})$.

O polinômio obtido como aproximação da curva da razão monopulso é

$$p_r(\hat{\phi}) = -0,0066076\hat{\phi}^3 + 0,048363\hat{\phi}. \quad (31)$$

As comparações de média, variância e erro quadrático médio das soluções propostas estão apresentadas, respectivamente, na Fig. 6, na Fig. 7 e na Fig. 8.

Como pode ser visto na Fig. 6, o estimador ML, a aproximação polinomial e a interpolação da curva de interferometria tiveram menor erro de estimação do ângulo de chegada em relação às técnicas de aproximação polinomial e interpolação da curva da razão monopulso. Os erros da aproximação polinomial e da interpolação da razão monopulso aumentam quanto mais deslocado em relação ao azimute zero estiver o alvo por causa da característica intrínseca à técnica monopulso. Entretanto, considera-se que o erro é pequeno e pode ser tolerável se a variância for pequena comparativamente como será visto na Fig. 7.

Na Fig. 7, vê-se que as variâncias das técnicas de aproximação polinomial e interpolação da razão monopulso

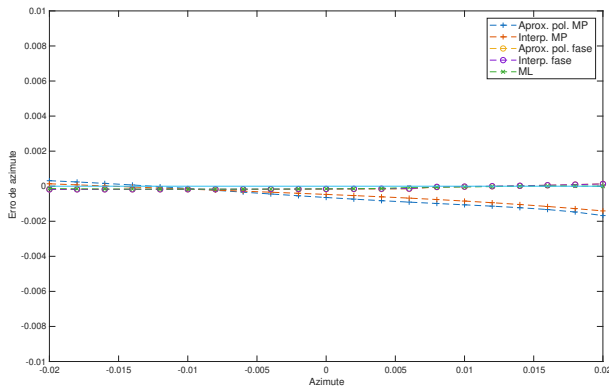


Fig. 6. Média do erro de estimação.

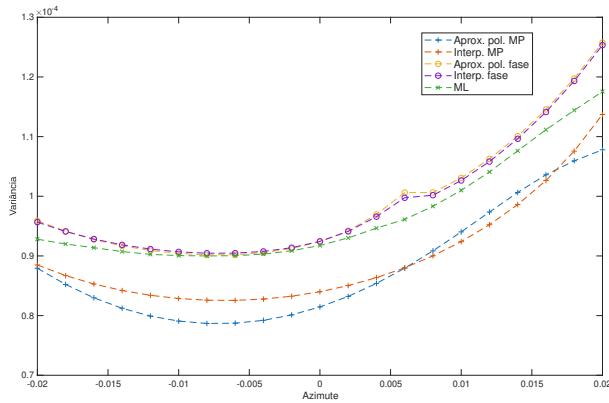


Fig. 7. Variância de estimação.

têm menores variâncias comparativamente às outras técnicas de estimação: estimador ML, aproximação polinomial e interpolação da curva de interferometria.

A variância é uma métrica importante em condições de baixa razão sinal/ruído pois 68% das medidas de azimute estão dentro do intervalo de erro de um desvio padrão (positivo e negativo). Considerando a variância aproximada de $0,8 \times 10^{-4}$ nas simulações feitas (variância mínima na Fig. 7), o desvio padrão é aproximadamente 0,009. Nota-se que este desvio padrão é maior que o maior erro obtido nas simulações da Fig. 6.

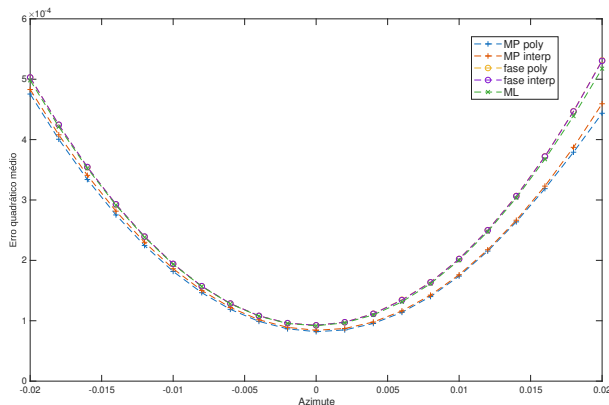


Fig. 8. Erro quadrático médio de estimação.

No gráfico de erro quadrático médio da Fig. 8, em que o erro quadrático médio é a soma da variância e do quadrado do erro [3], pode-se ver que as técnicas de aproximação

polinomial e interpolação da razão monopulso têm menor valor para a faixa considerada de azimute do alvo.

Analisa-se agora os erros e as variâncias das técnicas de estimação em função da variância do ruído. Para este caso, o alvo é mantido numa posição fixa com ângulo de chegada em 0,01 rad.

Nos resultados apresentados na Fig. 9 e na Fig. 10 o sinal tem amplitude 1 e o ruído, a variância conforme o eixo das abscissas, sendo a razão sinal/ruído dada por $10 \log(1/\sigma^2)$, em que σ^2 é a variância no eixo das abscissas.

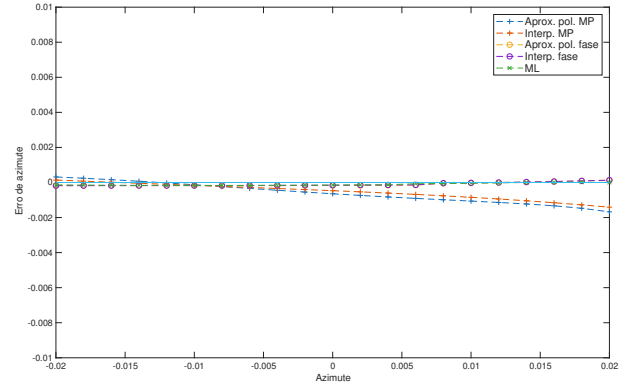


Fig. 9. Média do erro de estimação em função da variância do ruído.

Verifica-se na Fig. 9 que o erro aumenta principalmente para as técnicas de aproximação polinomial e interpolação da técnica monopulso a medida que a variância do ruído aumenta.

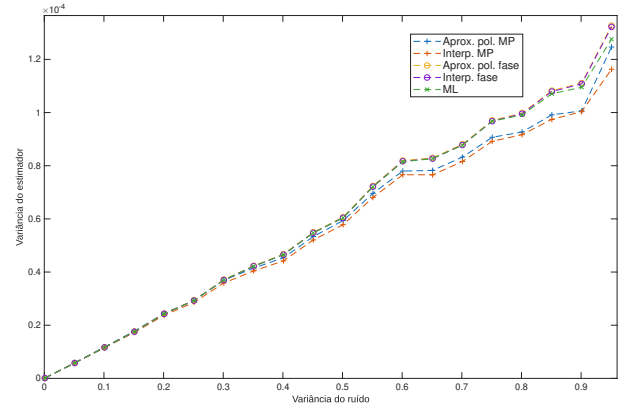


Fig. 10. Variância de estimação em função da variância do ruído.

Na Fig. 10, verifica-se que as variâncias das técnicas de aproximação polinomial e interpolação da razão monopulso são comparativamente menores que às variâncias das técnicas de aproximação polinomial e interpolação da fase da interferometria e do estimador ML, e a diferença das variâncias se acentua a medida que a variância do ruído é maior.

Em síntese, levando em consideração a operação de um radar em ambiente com ruído, em que a razão sinal/ruído do alvo pode ser consideravelmente baixa para alvos distantes do radar, conclui-se que as técnicas de aproximação polinomial e interpolação da razão monopulso têm melhor desempenho.

Analisando minuciosamente o gráfico da Fig. 8, vê-se que a melhor técnica é a aproximação polinomial da razão monopulso em detrimento da técnica de interpolação linear por aquela ter valor de erro quadrático médio ligeiramente

menor que o erro quadrático médio da técnica de interpolação linear da curva da razão monopulso.

V. OBSERVAÇÕES FINAIS

Foram feitas avaliações de desempenho das cinco técnicas de estimação propostas e verificou-se em simulação o melhor desempenho das técnicas obtidas do monopulso. Mesmo com o aumento do erro para alvos deslocados em azimute a partir da direção de apontamento da antena para estas técnicas. Porque as duas técnicas obtidas a partir do monopulso têm variância menor de tal forma que o erro médio quadrático final é menor.

Considera-se que esta necessidade de ajuste de estimador de ângulo de chegada é provável no desenvolvimento de radares, tendo sido caso real em pesquisa e desenvolvimento de radar em projeto vinculado aos autores.

Outros aspectos devem ser avaliados em conjunto com a modificação de estimadores de ângulo de chegada para um projeto de radar como a adequada análise do diagrama de radiação resultante da aplicação do vetor de pesos $\mathbf{h}$.

Propõe-se em estudo futuro a análise combinada do diagrama de radiação e do estimador de ângulo pela aplicação de um vetor de pesos fixo $\mathbf{h}$.

REFERÊNCIAS

- [1] H. L. Van Trees, *Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory*. John Wiley & Sons, 2002.
- [2] ———, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I*. John Wiley & Sons, 2004.
- [3] S. M. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*. USA: Prentice-Hall, Inc., 1993.