Análise Comparativa entre Centroide Espectral e Mediana Espacial na Estimação da Frequência Central de Sinais de Banda Passante

João G. B. Marques[1], Olympio L. Coutinho[1], Luis C. O. Silva[2], Valéria C. M. N. Leite[1] e João L. C. dos Santos[1]
[1]Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos/São Paulo - Brasil
[2]Universidade Federal do Maranhão, São Luís/Maranhão - Brasil

***Resumo*— A estimativa da frequência da portadora é crucial em sistemas de comunicação. Métodos tradicionais baseados na busca de pico falham em sinais de banda passante devido ao surgimento das bandas laterais e à supressão da portadora. Este artigo propõe e avalia um esquema de processamento de baixa complexidade que utiliza limiar de potência e agrupamento para isolar ativamente o sinal. Nessa análise o desempenho das métricas centroide espectral e mediana espacial é comparado. A análise experimental, realizada por meio de um Rádio Definido por Software (RDS) sob modulações AM, FM e PM, comprovou a superioridade da mediana espacial. Além disso, a escolha do parâmetro de agrupamento do sinal é fundamental para a correta estimação da frequência central.**

***Palavras-Chave*— Estimativa de frequência, rádio definido por software, centroide espectral.**

I. Introdução

Em sistemas modernos de comunicações sem fio, especialmente em cenários não-cooperativos como monitoramento de espectro e inteligência eletrônica, a interceptação de sinais de banda passante é frequentemente realizada por meio de Rádios Definidos por Software (RDS). Nesses ambientes, o receptor não possui conhecimento prévio sobre os parâmetros de transmissão. A estimativa cega e precisa da frequência da portadora (f_c) é um pré-requisito fundamental para sincronização, a demodulação e a subsequente decodificação da informação contida no sinal interceptado [1].

A abordagem mais tradicional para a estimação de frequência baseia-se na aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT) e na busca pelo pico de máxima amplitude do espectro. Inúmeros trabalhos concentram-se em refinar essa técnica, a exemplo de [2], que propõe a interpolação de amostras ao redor do valor máximo para a obtenção de estimativas de altíssima resolução. Contudo, essa técnica considera que o sinal de interesse é uma senóide sem modulação (CW), com a energia concentrada na f_c. Para sinais de banda passante modulados, especialmente aqueles com modulação angular, essa estratégia não é aplicável, uma vez que a energia do sinal é distribuída ao longo de múltiplas bandas laterais, podendo ocorrer atenuação severa ou até a supressão total da portadora [3].

Dessa forma, torna-se imprescindível o uso de métricas que avaliem a distribuição global da energia na banda do sinal. Além disso, rastrear a frequência dominante observando apenas o pico do espectro resulta em estimativas instáveis, o que torna o uso de medidas de integração, como o centroide espectral, uma alternativa significativamente mais robusta [4]. A eficácia dessa métrica também é evidenciada em [5], que demonstra o sucesso do centroide na extração de características de sinais modulados em frequência.

Neste contexto, o presente artigo propõe e avalia um esquema de processamento de estimação da frequência central de sinais modulados de banda passante. O método consiste em isolar ativamente as componentes do sinal em relação ao ruído de fundo por meio de um limiar de detecção de potência, aliado a um critério espacial que garante agrupamento das bandas laterais adjacentes. Sobre o bloco espectral resultante, a frequência da portadora é calculada utilizando duas métricas de tendência central: o centroide espectral e a mediana espacial. Dessa forma, este trabalho destaca-se pela comparação entre esses dois métodos estatísticos de primeira ordem para a obtenção da frequência central. A fim de validar de forma experimental a abordagem proposta e compará-la com o método clássico de busca de pico, foram analisados sinais modulados em amplitude (AM), frequência (FM) e fase (PM), adquiridos por um receptor baseado no RDS NI USRP-2920.

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: a Seção II apresenta a fundamentação teórica das bandas laterais, detalha o processamento da estimação proposto e descreve o *setup* experimental empregado. Na Seção III, os resultados práticos são expostos e discutidos, contemplando a validação do *hardware* e a avaliação comparativa dos estimadores sob diferentes regimes de modulação. Por fim, a Seção IV sumariza as principais conclusões obtidas e aponta as limitações estruturais do método.

II. Metodologia

Sinais de banda passante modulados angularmente (FM e PM) por um tom senoidal podem ser descritos no domínio do tempo pela expressão [3]

$$y(t) = E_0 \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)] \tag{1}$$

Onde E_0 é a amplitude da portadora, f_c é a frequência da portadora, f_m é a frequência do sinal modulador e β é o índice de modulação angular. Para análise do comportamento desse sinal no domínio da frequência, é conveniente reescrevê-lo como a parte real de um fasor complexo utilizando a identidade de Euler:

J. G. B. Marques, gabrieljgbm@ita.br; O. L. Coutinho, olympio@ita.br; L. C. O. Silva, claudio.luis@ufma.br; V. C. M. N. Leite, valeria.leite2@gp.ita.br; J. L. C. dos Santos, lucasjlcs@ita.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo projeto LOM.

$$y(t) = \text{Re}\{E_0 e^{j2\pi f_c t} \cdot e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\} \tag{2}$$

Dessa forma, os coeficientes dessa série específica resultam em uma integral que define a função de Bessel de primeira ordem n, denotada por $J_n(\beta)$. Assim, a expansão do termo exponencial resulta em [3]:

$$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{jn2\pi f_m t} \tag{3}$$

Substituindo (3) em (2), a expansão espectral completa do sinal é modulado:

$$\begin{aligned} y(t) =& E_0 J_0(\beta) \cos(2\pi f_c t) \\ &+ \sum_{n=1}^{+\infty} E_0 J_n(\beta) \cos[2\pi (f_c + n f_m) t] \\ &+ \sum_{n=1}^{+\infty} E_0 (-1)^n J_n(\beta) \cos[2\pi (f_c - n f_m) t] \end{aligned} \tag{4}$$

A equação (4) revela que o espectro de um sinal de banda passante com modulação angular não é composto por um único pico, mas sim por uma componente central em f_c e infinitas bandas laterais localizadas em $f_c \pm n f_m$, sendo a amplitude de cada componente de frequência definida em função de $J_n(\beta)$. Dessa forma, a busca do pico torna-se inviável. Além disso, a função $J_0(\beta)$ não é monotônica e atinge o seu primeiro nulo exato em $\beta = 2.404$ radianos [3]. Nesse cenário, há supressão total da portadora original e consequentemente, o pico máximo da FFT será detectado em uma das bandas laterais adjacentes, gerando um erro de estimação correspondente a múltiplos de f_m .

A. *Esquema de processamento proposto*

Para mitigar as limitações da busca de pico em sinais de banda passante modulados, este trabalho propõe um esquema de processamento que atua sobre o espectro de potência do sinal e extrai a f_c. O processamento é dividido em quatro passos principais e o seu fluxograma está representado na Fig. 1.

1) Passo 1 - Aquisição e conversão linear: Seja $P_{dBm}(k)$ a potência do sinal (em dBm), extraída via FFT, e associada ao vetor de frequências $f(k)$. Inicialmente, a potência é convertida para a escala linear (mW) para permitir a integração correta nas etapas seguintes.

2) Passo 2 - Segmentação pelo limiar: Aplica-se um limiar de detecção T_{th} (em dBm) definido empiricamente para filtrar o ruído de fundo. Um conjunto inicial de intervalos de medida é criado identificando as posições onde o sinal cruza o limiar, tal que:

$$I_m = \{k \in \mathbb{N} \mid P_{dBm}(k) \geq T_{th}\} \tag{5}$$

3) Passo 3 - Critério de agrupamento: Devido as bandas laterais provocadas pela modulação angular, um único sinal pode ser fragmentado em múltiplos intervalos I_m separados por quedas estreitas abaixo do limiar. Assim, introduz-se o parâmetro B_{lim} (em Hz) para agrupar os componentes adjacentes. O processamento analisa iterativamente a distância em frequência entre o início do intervalo atual m e o fim do intervalo subsequente $m+1$. O agrupamento ocorre se a condição de proximidade for satisfeita, ou seja:

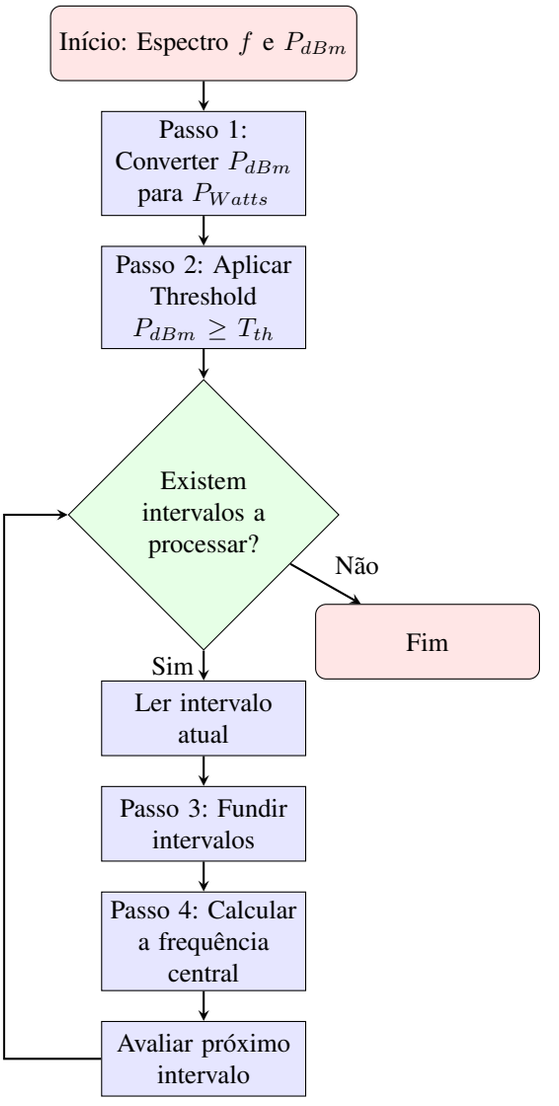


Fig. 1. Fluxograma do processamento.

$$\Delta f = f(k_{fim,m+1}) - f(k_{inicio,m}) \leq B_{lim} \tag{6}$$

Quando agrupados, o limite superior do bloco é estendido para englobar o novo intervalo.

4) Passo 4 - Cálculo da frequência central: Com o bloco do sinal unificado, tem-se o sub-vetor de frequências f_S e de potências lineares é P_S, e calcula-se a f_c dos sub-blocos utilizando dois estimadores:

- Centroide Espectral (f_{COG}): Determina o centro de massa ponderado pela potência linear.

$$f_{COG} = \frac{\sum_{k \in S} f_S(k) \cdot P_S(k)}{\sum_{k \in S} P_S(k)} \tag{7}$$

- Mediana da Frequência: Determina a mediana espacial de f_S, identificando o centro geométrico exato da banda do sinal agrupado.

B. *Setup experimental*

O setup de testes foi composto por um gerador de sinais de RF, um analisador de espectros e um receptor RDS NI

USRP-2920.

O gerador de sinais foi configurado para transmitir uma portadora senoidal única, modulada em AM, FM e PM, com potência de saída de -10 dBm. A saída de RF do gerador foi conectada por meio de um *splitter* ao analisador de espectros e ao RDS. A inclusão do analisador de espectros ao barramento de testes funcionou como redundância, garantindo a fidelidade dos sinais gerados e permitindo a observação contínua das medidas.

O controle do RDS e a execução do processamento de estimação foram realizados em um computador operando o *software* MATLAB. A comunicação entre o computador e o USRP-2920 ocorreu por meio de um *link* Ethernet Gigabit. O MATLAB atuou de forma bidirecional: enviando os sinais de configuração de *hardware* e sintonizando o *front-end* analógico do RDS; e em seguida, recebendo o fluxo contínuo de amostras I/Q convertidas para banda base.

Para garantir uniformidade ao longo de todos os cenários de teste, os parâmetros de recepção do RDS foram mantidos estáticos. A frequência central foi ajustada em 100 MHz, a taxa de amostragem em 1 MHz e o ganho de recepção ajustado em 10 dB. A Fig. 2 ilustra o diagrama de blocos do experimento, englobando a instrumentação externa e a arquitetura interna do receptor.

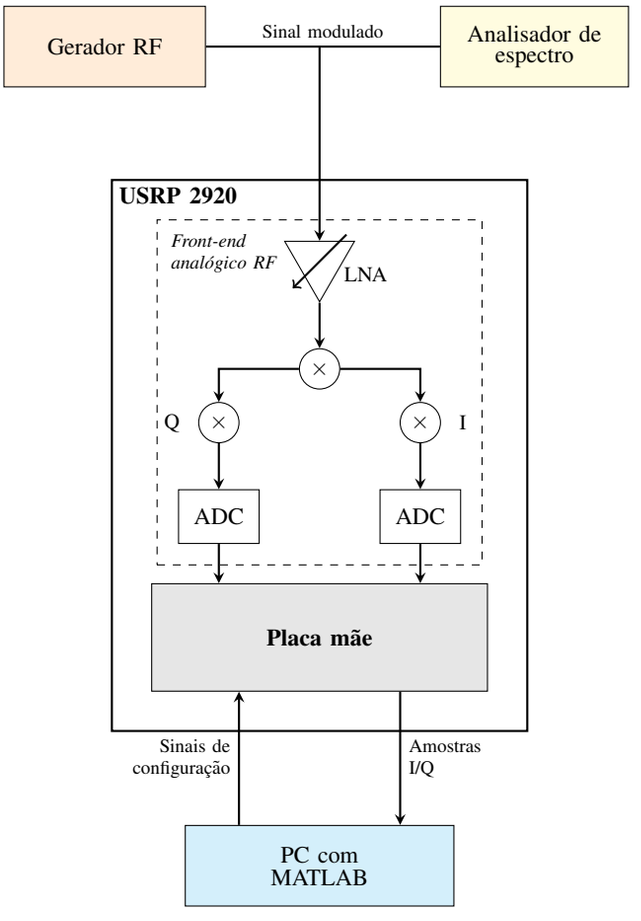


Fig. 2. Diagrama ilustrativodo *setup* experimental utilizado para captura dos sinais.

III. Resultados e Discussão

Nessa seção, são apresentados e discutidos os resultados experimentais obtidos a partir da bancada do experimento. O objetivo é comparar o desempenho das estimativas de centroide espectral e mediana espacial. Essa comparação foi dividida em quatro etapas: (1) validação da coerência do hardware; (2) análise sob condições de banda estreita (AM); (3) análise sob condições de bandas laterais (FM e PM); e (4) avaliação da dinâmica do parâmetro B_{lim} perante o distanciamento de raias espectrais. Nas subseções a seguir, o desempenho dos estimadores será quantificado através do erro absoluto $\Delta f_{erro} = |f_{estimada} - f_{real}|$.

A. Validação do setup

Antes da aplicação do processamento de estimação, foi realizada a verificação dos sinais gerados utilizando o analisador de espectros. Inicialmente, configurou-se uma portadora AM a 100 MHz sem bandas laterais. O analisador registrou níveis de recepção entre $-11,50$ dBm e $-12,06$ dBm, atestando uma perda entre $1,5$ dB e $2,0$ dB.

Em seguida, avaliou-se a coerência das modulações angulares. A integridade do espectro foi quantificada pela diferença de potência, em dB, entre a primeira banda lateral (P_1) e a portadora central (P_0). Essa relação ΔP_{dB} é dada pela razão das funções de Bessel de primeira espécie:

$$\Delta P_{dB} = P_1 - P_0 = 10 \log_{10} \left(\frac{J_1(\beta)}{J_0(\beta)} \right)^2 \tag{8}$$

A Tabela I compara as relações de potência teóricas (ΔP_{calc}), calculadas através de (8), com as medidas no analisador de espectro (ΔP_{med}) para diferentes índices e frequências de modulação.

TABELA I
MEDIDA DAS RELAÇÕES DE POTÊNCIA ENTRE A PRIMEIRA BANDA LATERAL E A PORTADORA.

Modulação	f_m (KHz)	β	ΔP_{calc} (dB)	ΔP_{med} (dB)
PM	20	1,57	1,58	2,03
PM	20	3,14	-0,54	-1,35
PM	20	4,71	0,46	1,67
PM	40	1,57	1,58	1,66
PM	40	3,14	-0,54	-1,79
PM	40	4,71	0,46	1,77
FM	40	1,00	-4,80	-4,55
FM	40	1,70	3,23	3,69
FM	40	2,40	46,33	26,34

Os valores medidos demonstram alta fidelidade ao modelo matemático de Bessel. Na maior parte dos cenários, os desvios mantiveram-se em limites estreitos, inferiores a $1,5$ dB. A exceção ocorreu para o sinal FM com $\beta = 2,4$. Embora o modelo teórico preveja uma supressão de $46,33$ dB a favor da banda lateral, a medição limitou-se a $26,34$ dB. Esse desvio representa a profundidade máxima de supressão de portadora permitida pelo *hardware*.

B. Análise AM

Para estabelecer uma linha de base do processamento, inicialmente, avaliou-se o comportamento em sinais AM. Na literatura, a família de modulações AM abrange diversas variantes com supressão parcial ou total da portadora e assimetria espectral, tais como AM DSB-SC (Double-Sideband Suppressed Carrier), AM SSB (Single-Sideband) e AM VSB (Vestigial-Sideband) [3]. O gerador de sinais utilizado neste experimento, contudo, produz o AM DSB-FC

(Double-Sideband Full Carrier), apresentando bandas laterais simétricas. Nesse equipamento, o ajuste da porcentagem de modulação controla diretamente a amplitude das bandas laterais em relação à portadora central.

Os testes abrangeram porcentagens de modulação de 0% (portadora pura), 50% e 100%, sob frequências modulantes de 20 KHz e 40 KHz. Os parâmetros do processamento foram fixados em um limiar $T_{th} = -25$ dB e limite de agrupamento $B_{lim} = 55$ KHz. A Tabela II sumariza o Δf_{erro} das estimações.

TABELA II

ERRO ABSOLUTO DE ESTIMAÇÃO PARA SINAIS AM ($f_c = 100$ MHz)

Modulação	f_m	Erro Centroide	Erro Mediana
AM (0%)	20 KHz	0 Hz	0 Hz
AM (50%)	20 KHz	0 Hz	0 Hz
AM (100%)	20 KHz	200 Hz	0 Hz
AM (0%)	40 KHz	0 Hz	0 Hz
AM (50%)	40 KHz	0 Hz	0 Hz
AM (100%)	40 KHz	700 Hz	0 Hz

Os resultados demonstram um desempenho estável em condições de banda estreita. Para modulações de 0% e 50%, tanto o centroide espectral quanto a mediana espacial apresentaram erro nulo.

O único desvio observado ocorreu para modulação de 100%, conforme ilustrado na Fig. 3. Nesse caso, a proporção de energia transferida para as bandas laterais foi maximizada. Como o centroide calcula a média ponderada, ele absorve pequenas assimetrias, resultando em desvios residuais máximos de 700 Hz. Em contrapartida, a mediana espacial manteve o erro nulo em todos os testes de AM, comprovando que essa métrica é imune a flutuações pontuais de amplitude dentro da banda.

Além disso, destaca-se que a premissa operacional básica de ambos os estimadores avaliados fundamenta-se na hipótese de simetria espectral em relação à frequência da portadora f_c.

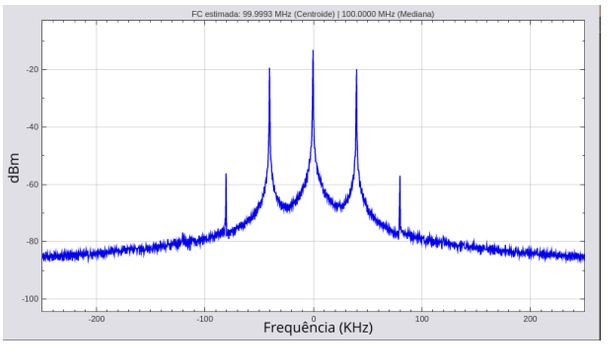


Fig. 3. Espectro capturado pelo RDS para o sinal AM com 100% de modulação e $f_m = 40$ KHz.

C. Análise FM e PM

Por fim, a metodologia proposta foi testada para modulação angular, os quais espalham a energia da portadora em múltiplas bandas laterais.

Para essa etapa, a frequência modulante foi fixada em $f_m = 20$ KHz, mantendo-se o limiar $T_{th} = -25$ dB e o limite de agrupamento $B_{lim} = 55$ KHz. Os índices de modulação foram variados progressivamente para avaliar o processamento sob espalhamentos moderados a severos. A Tabela III apresenta os erros absolutos observados.

TABELA III

ERRO ABSOLUTO DE ESTIMAÇÃO PARA SINAIS FM E PM COM $f_m = 20$ KHz

Modulação	β	Erro Centroid	Erro Mediana
FM	1,00	300 Hz	0 Hz
FM	1,70	2,9 KHz	0 Hz
FM	2,40	1,6 KHz	0 Hz
PM	1,37	800 Hz	0 Hz
PM	3,14	2,8 KHz	0 Hz
PM	4,71	11,8 KHz	10,0 KHz

O comportamento do processamento no teste de FM com $\beta = 2,4$, ilustrado na Fig.4, é o resultado mais o relevante dessa etapa, uma vez que esse índice corresponde ao primeiro zero da função de Bessel $J_0(\beta)$, evidenciado pela supressão no centro da banda. Se o método clássico de busca de pico fosse empregado, ele selecionaria erroneamente a primeira banda lateral de maior amplitude, gerando um desvio de aproximadamente 20 KHz. Contudo, como o parâmetro $B_{lim} = 55$ KHz englobou com sucesso as bandas laterais adjacentes, o processamento demarcou a região útil do espectro. O centroide espectral absorveu leves distorções locais e apresentou um erro de 1,6 KHz. Já a mediana espacial exibiu a estimativa com erro absoluto nulo.

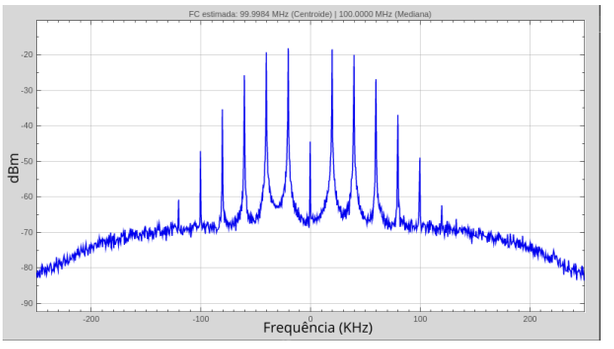


Fig. 4. Espectro capturado pelo RDS para o sinal FM com $\beta = 2,4$ e $f_m = 20$ KHz.

O desempenho do estimador apresentou degradação apenas em cenários de modulação PM com alto índice de modulação, conforme ilustrado na Fig. 5. Nesse caso, o surgimento elevado de bandas laterais, acarretou com que as bordas do bloco segmentado pelo limiar sofram leves assimetrias. Consequentemente, o centroide sofreu um desvio de 11,8 KHz e a mediana de 10,0 KHz.

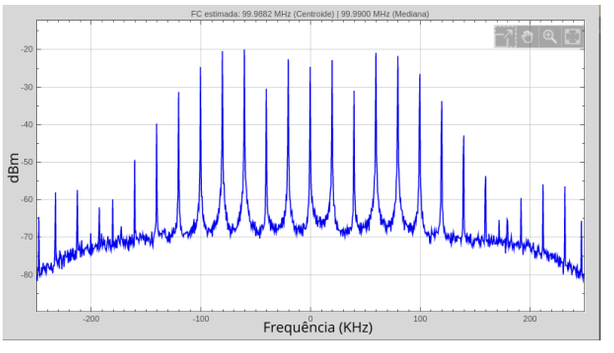


Fig. 5. Espectro capturado pelo RDS para o sinal PM com $\beta = 4,71$ e $f_m = 20$ KHz.

D. Avaliação do B_{lim}

Para avaliar a resiliência do critério de agrupamento perante o distanciamento das raias espectrais, os experimentos de modulação angular foram repetidos elevando a frequência modulante para $f_m = 40$ KHz. Os parâmetros iniciais de B_{lim} e T_{th} foram mantidos. A Tabela IV apresenta o comportamento geral do processamento para os sinais FM e PM sob essas condições.

TABELA IV
ERRO ABSOLUTO DE ESTIMAÇÃO PARA SINAIS FM E PM COM $f_m = 40$ KHZ

Modulação	Índice (β)	Erro Centroide	Erro Mediana
FM	1,00	200 Hz	0 Hz
FM	1,70	3,7 KHz	0 Hz
FM	2,40	Falha	Falha
PM	1,37	7,6 KHz	20,0 KHz
PM	3,14	11,0 KHz	0 Hz
PM	4,71	Falha	Falha

A análise da Tabela IV revela dois comportamentos distintos. Para os índices de modulação menores, o processamento operou com sucesso. Embora as bandas laterais estivessem mais afastadas, ainda restava energia residual suficiente para transpor o limiar de -25 dB, conforme ilustrado pela Fig. 6. Como o distanciamento entre a componente central e a primeira banda lateral era de 40 KHz, o critério de proximidade foi satisfeito, permitindo o agrupamento integral do bloco. Nestes casos, a mediana manteve alta precisão, e o centroide apresentou desvios devidos à assimetria.

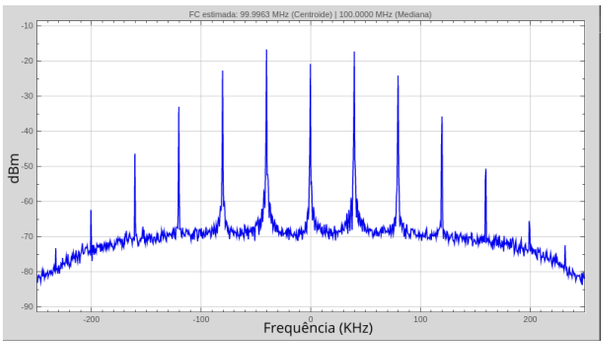


Fig. 6. Espectro capturado pelo RDS para o sinal FM com $\beta = 1,7$ e $f_m = 40$ KHz.

No entanto, o processamento falhou ao analisar os sinais FM com $\beta = 2,40$ e PM com $\beta = 4,71$. Nestas configurações de maior espalhamento, a portadora central é suprimida em FM e em PM e consequentemente, a descontinuidade espectral gerada fez com que a distância entre as raias contíguas de maior energia fosse maior que o B_{lim}, ocasionando na interrupção do agrupamento. Conforme observado na Fig. 7, o espectro foi interpretado como transmissões independentes, retornando falsas estimativas em torno das bandas laterais.

Para mitigar essa limitação e validar a flexibilidade da arquitetura proposta, o parâmetro B_{lim} foi reajustado empiricamente para 85 KHz. O sinal PM com $\beta = 4,71$ foi novamente processado, resultando em um único bloco espectral agrupado com sucesso, como demonstrado na Fig. 8.

Essa nova configuração de teste, retornou um erro de 20,8 KHz para o centroide espectral e um erro absoluto nulo para a mediana espacial. Desse modo, é evidente que

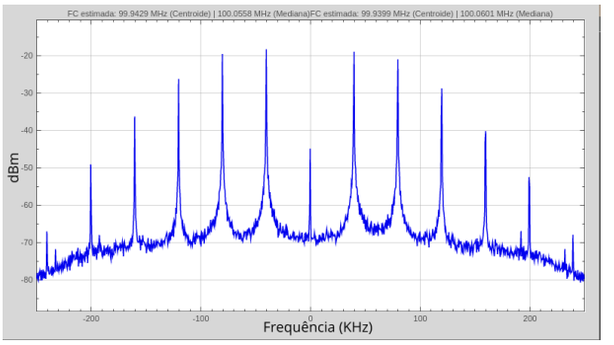


Fig. 7. Fragmentação do espectro para FM ($\beta = 2,4$) com $B_{lim} = 55$ KHz.

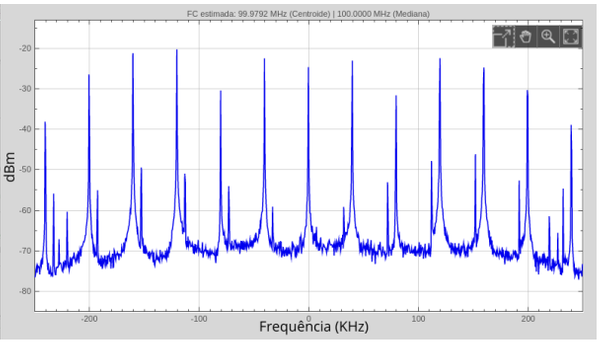


Fig. 8. Reconstrução do sinal PM ($\beta = 4,71$) após ajuste do B_{lim} para 85 KHz, permitindo a unificação das raias dispersas.

a parametrização do B_{lim} dita a capacidade do sistema em contornar supressões profundas do espectro modulado, permitindo que a mediana identifique o centro geométrico real da transmissão.

IV. CONCLUSÃO

Assim, este artigo propôs e verificou experimentalmente um esquema de processamento para a estimação da frequência central de sinais modulados de banda passante, comparando dois métodos estatísticos de primeira ordem. Ao substituir a tradicional técnica de busca de pico por uma abordagem de segmentação baseada em limiar de potência e agrupamento, foi possível isolar as componentes úteis do sinal interceptado. A validação em *hardware*, realizada utilizando um RDS, comprovou a eficácia do método sob os regimes de modulação AM, FM e PM

A análise comparativa de desempenho demonstrou a superioridade da mediana espacial em relação ao centroide espectral. Como o centroide é uma média ponderada pela potência, ele demonstrou suscetibilidade a assimetrias e a altos índices de modulação angular, com desvios residuais que atingiram a ordem de dezenas de KHz. Em contrapartida, a mediana espacial manteve um erro absoluto nulo na quase totalidade dos testes. Por utilizar basicamente a geometria espacial do bloco delimitado pelo limiar, esse métrica foi intrinsecamente imune às variações locais de amplitude das raias espectrais.

Os testes de distanciamento espectral revelaram uma importante limitação estrutural do processamento relacionada ao parâmetro de agrupamento, de tal forma que a eficácia do método está condicionada à compatibilidade entre o B_{lim} e a largura de banda inerente ao sinal. Quando o distanciamento das raias excedeu o valor fixado em B_{lim}, o processamento

falhou ao fragmentar a banda contínua em múltiplos sinais isolados, corrompendo a estimação. O ajuste manual do parâmetro foi utilizado como solução durante os experimentos controlados, revelando a exigência de parametrização prévia para correta operação do receptor.

REFERÊNCIAS

[1] J. Yang, W. Yang, G. Xu, "Blind estimation of carrier frequency and symbol rate based on cyclic spectrum density," *Procedia Engineering*, vol. 29, pp. 514–519, Fevereiro 2012.

[2] C. Candan, "A method for fine resolution frequency estimation from three DFT samples," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, pp. 351–354, Junho 2011.

[3] R. M. Carvalho, *Comunicações Analógicas e Digitais*, 1st ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009, vol. 1.

[4] M. L. Massar, M. Fickus, E. Bryan, D. T. Petkie, A. J. Terzuoli, "Fast computation of spectral centroids," *Advances in Computational Mathematics*, vol. 35, pp. 83–97, Julho 2011.

[5] B. Baris, M. E. Cek, D. G. Kuntalp, "Modulation classification of mfsk modulated signals using spectral centroid," *Wireless Personal Communications*, vol. 119, pp. 763–775, Julho 2021.